МИНИСТЕРСТВО СПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВЕЛИКОЛУКСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ
ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ И СПОРТА»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе ВЛГАФК
_____ Е.Ю. Андриянова
09.2025 г.

Кафедра естественно-научных дисциплин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

«Математика» (базовый уровень)

основной образовательной программы

среднего профессионального образования по специальности

49.02.01 Физическая культура

направленность - преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам

квалификация - педагог по физической культуре и спорту

Форма обучения очная

Автор-разработчик:
Алексеева Ирина Викторовна, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин

Великие Луки 2025

Заведующий кафедрой естественно-научных дисциплин
Челноков Андрей Алексеевич, доктор биологических наук, доцент

_____  ____(подпись)

Заведующая библиотекой ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»:
Орлова Виолетта Викторовна

_____  ____ (подпись)

Рецензенты:
Гладченко Денис Александрович, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»

Капустина Ольга Викторовна, учитель математики МОУ «Переслегинская гимназия»

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ (рецензия)
на фонд оценочных средств рабочей программы учебного предмета
«Математика» (базовый уровень)
по специальности 49.02.01 Физическая культура
направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам
ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта»

Содержание фонда оценочных средств рабочей программы учебного предмета «МАТЕМАТИКА» (базовый уровень) соответствует ОПОП СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура, направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам.

Критерии оценки сформулированы для всех видов оценочных средств для объективности процедур, методов оценки и направлены на получение планируемых предметных результатов. Содержание материалов соответствует уровню обучения. Представленный перечень вопросов соответствует специфике изучаемой дисциплины, валиден, позволит обеспечить точность контроля.

Перечень ситуационных задач, практических заданий, необходимых для демонстрации на зачете и экзамене, характеризуется интегративностью, междисциплинарностью, связью теории с практикой. Большинство заданий носят проблемно-деятельностный характер.

Фонд оценочных средств является полным и адекватным отображением требований ОПОП СПО, обеспечивает решение оценочной задачи соответствия общих компетенций выпускника по специальности 49.02.01 Физическая культура, направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам, этим требованиям.

На основании проведённой экспертизы можно сделать заключение, что ФОС учебного предмета «МАТЕМАТИКА» (базовый уровень) ОПОП СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура, направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам, разработанный Алексеевой И.В., соответствует требованиям ФГОС и соответствующих профессиональных стандартов.

Доцент кафедры естественно-научных
дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»,
кандидат биологических наук _____ Гладченко Денис Александрович

Подпись доцента кафедры естественно-научных дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» Гладченко Дениса Александровича удостоверяю

Начальник отдела кадров _____ И.Г. Попланова

«29» 08 2026 года

ОТДЕЛ КАДРОВ

РЕЦЕНЗИЯ

на фонд оценочных средств рабочей программы учебного предмета «Математика» (базовый уровень) по специальности 49.02.01 Физическая культура направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта»

Представленный на рецензию фонд оценочных средств по учебному предмету «МАТЕМАТИКА» (базовый уровень) разработан в соответствии с ФГОС СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура, направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам.

Фонд оценочных средств включает комплект методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения. Материалы фонда оценочных средств позволяют в полной мере оценить степень сформированности общих компетенций, соответствующих знаний и умений, необходимых для демонстрации на экзамене.

Представленный фонд оценочных средств обладает выраженной предметной направленностью и надлежащим качеством оценочных средств, обеспечивающих получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями. Умения оцениваются при помощи ситуационных задач, которые обучающийся решает самостоятельно на зачете и экзамене.

Таким образом, фонд оценочных средств в составе рабочей программы учебного предмета «МАТЕМАТИКА» (базовый уровень) разработан в соответствии с ФГОС СПО по специальности 49.02.01 Физическая культура, направленность – преподавание физической культуры по основным общеобразовательным программам, соответствует содержанию указанного учебного предмета и может быть рекомендован к использованию в учебном процессе.

Рецензент:_____Капустина Ольга Викторовна, учитель математики МОУ «Переслегинская гимназия»

Подпись учителя математики МОУ «Переслегинская гимназия», Капустиной О.В., удостоверяю

Директор МОУ «Переслегинская гимназия»

29.08. 2026 года _____Казакова С.С.

Оглавление

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 6
1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ 7
2. МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ 16
3. ОБЪЕМ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ 17
4. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА 18
4.1. Распределение учебного времени по темам (разделам) и видам учебных занятий 18
5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ 55
5.1. Перечень примерных вопросов и заданий для организации самостоятельной работы обучающегося 55
5.2. Методические рекомендации к различным видам самостоятельной работы 99
5.3. Критерии оценки самостоятельной работы обучающегося 100
6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 102
6.1. Методические материалы для оценки предметных результатов 102
6.2. Паспорт оценочных средств промежуточной аттестации 119
6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания предметных результатов при проведении промежуточной аттестации 125
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА 126
7.1. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 126
7.1.1. Рекомендуемая литература (основная) 126
7.1.2. Рекомендуемая литература (дополнительная) 126
7.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет» 127
7.3. Программное обеспечение 127
7.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы 127
7.4.1. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в локальной сети 127
7.4.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в сети «Интернет» (заключены договора с ФГБОУ ВО «ВЛГАФК») 128
7.4.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы сети «Интернет» свободного доступа 128
8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА 128
9. ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН лекций и практических занятий по учебному предмету 129
ПРИЛОЖЕНИЕ №1 141
Примерные вопросы к контрольным работам в виде фонда оценочных средств для проведения диагностической работы с целью оценивания достижения результатов обучения 141
ПРИЛОЖЕНИЕ №2 151
Методические указания для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья 151
ПРИЛОЖЕНИЕ №3 155
Тексты/конспекты лекций 155

При разработке рабочей программы общеобразовательной дисциплины учтены требования:

федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования - Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»;

федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 49.02.01 Физическая культура - Приказ Минпросвещения Россиии от 11.11.2022 № 968 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 49.02.01 Физическая культура»;

положений федеральной основной общеобразовательной программы среднего общего образования с учетом получаемой специальности - Приказ Минпросвещения России от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»;

Письма Минпросвещения России от 14.06.2024 № 05-1971 «О направлении рекомендаций» (вместе с «Рекомендациями по реализации среднего общего образования в пределах освоения образовательной программы среднего профессионального образования»).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математика - опорный предмет для изучения смежных дисциплин, что делает базовую математическую подготовку необходимой.

Практическая полезность математики обусловлена наличием пространственных форм, количественных отношений, экономических расчетов; необходимостью математических знаний в понимании принципов устройства и использования современной техники, восприятия и интерпретация разнообразной социальной, экономической информации; практических приемов геометрических измерений и построений, чтения информации, представленной в виде таблиц, диаграмм и графиков.

Применение математического стиля мышления, проявляющегося в определенных умственных навыках, приемах и методах мышления человека, процессах обобщения и конкретизации, анализа и синтеза, классификации и систематизации, абстрагирования и аналогий как формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, позволяющей совершенствовать известные и конструировать новые. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умений формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление.

Обучение математике как возможность развития у обучающихся точной, рациональной и информативной речи, умения отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличия от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач как необходимый компонент общей культуры.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике на базовом уровне являются:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих

преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основными линиями содержания математики являются: "Числа и вычисления", "Алгебра" ("Алгебраические выражения", "Уравнения и неравенства"), "Начала математического анализа", "Геометрия" ("Геометрические фигуры и их свойства", "Измерение геометрических величин"), "Вероятность и статистика". Содержательные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии. Их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии.

Программой по математике предусматривается изучение учебного предмета "Математика" в рамках трех учебных курсов: "Алгебра и начала математического анализа", "Геометрия", "Вероятность и статистика". Формирование логических умений и элементы логики включаются в содержание всех названных выше учебных курсов.

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

В результате изучения математики у обучающегося будут сформированы следующие личностные результаты:

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью ученого, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и ее приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов ее развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

В результате изучения математики у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

У обучающегося будут сформированы следующие базовые логические действия как часть познавательных универсальных учебных действий:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев).

У обучающегося будут сформированы следующие базовые исследовательские действия как часть познавательных универсальных учебных действий:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по

установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

У обучающегося будут сформированы умения работать с информацией как часть познавательных универсальных учебных действий:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять ее в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надежность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

У обучающегося будут сформированы умения общения как часть коммуникативных универсальных учебных действий:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории.

У обучающегося будут сформированы умения самоорганизации как часть регулятивных универсальных учебных действий:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации.

У обучающегося будут сформированы умения самоконтроля как часть регулятивных универсальных учебных действий:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретенному опыту.

У обучающегося будут сформированы умения совместной деятельности:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, "мозговые штурмы" и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Алгебра и начала математического анализа

Учебный курс "Алгебра и начала математического анализа" обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения учебных курсов информатики, обществознания, истории, словесности. В рамках учебного курса "Алгебра и начала математического анализа" обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их в повседневной жизни. Овладение абстрактными и логически строгими математическими конструкциями развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность утверждения, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление. В ходе изучения алгебры и начал математического анализа обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций и интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и в искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей самостоятельности, аккуратности, продолжительной концентрации внимания и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре программы по алгебре и началам анализа выделяются следующие содержательно-методические линии: "Числа и вычисления", "Функции и графики", "Уравнения и неравенства", "Начала математического анализа", "Множества и логика". Данный учебный курс является интегративным, объединяя в себе содержание нескольких математических дисциплин: алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств и другие. Обучающиеся овладевают широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные в учебном курсе "Алгебра и начала математического анализа", для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать полученный результат.

Содержательно-методическая линия "Числа и вычисления" завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. Особое внимание уделяется формированию прочных вычислительных навыков, включающих в себя использование различных форм записи действительного числа, умение рационально выполнять действия с ними, делать прикидку, оценивать результат. Обучающиеся получают навыки приближенных вычислений, выполнения действий с числами, записанными в стандартной форме, использования математических констант, оценивания числовых выражений.

Содержательная линия "Уравнения и неравенства" реализуется на протяжении всего обучения, поскольку в каждом разделе программы предусмотрено решение

соответствующих задач. Обучающиеся овладевают различными методами решения целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. Полученные умения используются при исследовании функций с помощью производной, решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчеты по формулам, преобразования целых, рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. В ходе изучения алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия "Функции и графики" тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задает последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Изучение материала способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия "Начала математического анализа" позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, у которых появляется возможность исследовать и строить графики функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объемы тел, находить скорости и ускорения процессов. Содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и их авторах.

Содержательно-методическая линия "Множества и логика" в основном посвящена элементам теории множеств. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и ее приложений, они связывают разные математические дисциплины в единое целое. Важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей.

В учебном курсе "Алгебра и начала математического анализа" присутствуют также основы математического моделирования, которые призваны сформировать навыки построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа и интерпретации полученных результатов. Задания включены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать

проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса "Алгебра и начала математического анализа".

Геометрия

Важность учебного курса геометрии обусловлена практической значимостью метапредметных и предметных результатов обучения геометрии в направлении личностного развития обучающихся, формирования функциональной математической грамотности, изучения других учебных дисциплин. Развитие у обучающихся правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения обучающихся, а также качеств мышления, необходимых для адаптации в современном обществе.

Геометрия является одним из базовых предметов, так как обеспечивает возможность изучения как дисциплин естественно-научной направленности, так и гуманитарной.

Логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии и построении цепочки логических утверждений в ходе решения геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности из курса физики.

Ориентация человека в пространстве - условие его социального бытия, форма отражения окружающего мира, условие успешного познания и активного преобразования действительности. Оперирование пространственными образами объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности, является одним из профессионально важных качеств, поэтому актуальна задача формирования у обучающихся пространственного мышления как разновидности образного мышления - существенного компонента в подготовке к практической деятельности по многим направлениям.

Цель освоения программы учебного курса "Геометрия" на базовом уровне обучения - общеобразовательное и общекультурное развитие обучающихся через обеспечение возможности приобретения и использования систематических геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием геометрии.

Приоритетными задачами освоения учебного курса "Геометрии" на базовом уровне являются:

формирование представления о геометрии как части мировой культуры и осознание ее взаимосвязи с окружающим миром;

формирование представления о многогранниках и телах вращения как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения;

овладение методами решения задач на построения на изображениях пространственных фигур;

формирование умения оперировать основными понятиями о многогранниках и телах вращения и их основными свойствами;

овладение алгоритмами решения основных типов задач, формирование умения проводить несложные доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умение

распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке геометрии и создавать геометрические модели, применять освоенный геометрический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Отличительной особенностью программы по геометрии является включение в курс стереометрии в начале его изучения задач, решаемых на уровне интуитивного познания, и определенным образом организованная работа над ними, что способствуют развитию логического и пространственного мышления, стимулирует протекание интуитивных процессов, мотивирует к дальнейшему изучению предмета.

Предпочтение отдается наглядно-конструктивному методу обучения, то есть теоретические знания имеют в своей основе непосредственное отношение к предметно-практической деятельности. Развитие пространственных представлений у обучающихся в курсе стереометрии проводится за счет решения задач на создание пространственных образов и задач на оперирование пространственными образами. Создание образа проводится с использованием наглядности, а оперирование образом - в условиях отвлечения от наглядности, мысленного изменения его исходного содержания.

Основными содержательными линиями учебного курса "Геометрия" являются: "Многогранники", "Прямые и плоскости в пространстве", "Тела вращения", "Векторы и координаты в пространстве".

Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения программы по геометрии, распределенным по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы овладение геометрическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, чтобы новые знания включались в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя ее, образуя прочные множественные связи.

Вероятность и статистика

Учебный курс "Вероятность и статистика" базового уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса базового уровня основного общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении учебного курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различного рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса "Вероятность и статистика" на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: "Случайные события и вероятности", "Случайные величины и закон больших чисел".

Важную часть учебного курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами - показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии "Случайные события и вероятности" служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших

чисел - фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

В результате изучения учебного предмета «Математика» на базовом уровне у обучающегося будут сформированы следующие предметные результаты:

1) владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

2) умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

3) умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

4) умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

5) умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

6) умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

7) умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

8) умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

9) умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол

между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

10) умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

11) умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

12) умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

13) умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

14) умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

Предметные результаты освоения на базовом уровне ориентированы на обеспечение преимущественно общеобразовательной и общекультурной подготовки.

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

Код и наименование компетенции	**Наименование индикатора достижения компетенции/ показателя освоения компетенции**
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	**Умения:** распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; составлять план действия; определять необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; реализовывать составленный план; оценивать результат и последствия своих действий

	(самостоятельно или с помощью наставника) **Знания:** актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить; основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; методы работы в профессиональной и смежных сферах; структуру плана для решения задач; порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности
ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	**Умения:** определять задачи для поиска информации; определять необходимые источники информации; планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию; выделять наиболее значимое в перечне информации; оценивать практическую значимость результатов поиска; оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; использовать современное программное обеспечение; использовать различные цифровые средства для решения профессиональных задач. **Знания:** номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности; приемы структурирования информации; формат оформления результатов поиска информации, современные средства и устройства информатизации; порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности в том числе с использованием цифровых средств.

2. МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебный предмет «Математика» относится к общеобразовательному циклу (обязательная часть) учебного плана образовательной программы. В соответствии с учебным планом учебный предмет изучается на первом курсе при обучении по очной форме. Вид промежуточной аттестации: 1семестр-зачет, 2семестр - экзамен.

Частично может быть реализован с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Промежуточная аттестация может быть реализована с применением дистанционных образовательных технологий.

3. ОБЪЕМ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы		***Всего часов***	***Семестры***							
			1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Контактная работа преподавателей с обучающимися		***164***	***82***	***82***						
В том числе:										
Теоретическое обучение (лекции)		*22*	*10*	*12*						
Семинарские занятия		*-*	*-*	*-*						
Практические занятия		*142*	*72*	*70*						
Лабораторные работы		*-*	*-*	*-*						
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)			*Зач.*	*Экз.*						
Самостоятельная работа обучающегося		***68***	***34***	***34***						
В том числе:										
Курсовая работа		*-*	*-*	*-*						
Расчётно-графические работы		*-*	*-*	*-*						
Рефераты		*-*	*-*	*-*						
Письменные самостоятельные работы		*20*	*10*	*10*						
Изучение теоретического материала		*20*	*10*	*10*						
Подготовка к текущей аттестации (контрольные работы, опросы и тестирования)		*8*	*4*	*4*						
Подготовка к промежуточной аттестации		*20*	*10*	*10*						
Общая трудоемкость	***часы***	***232***	***116***	***116***						

4. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

4.1. Распределение учебного времени по темам (разделам) и видам учебных занятий

№ п/п	Тема или раздел	Лекции	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа обучающихся	Всего часов
I семестр							
1	**Раздел 1.Действительные числа**						
	Тема 1.1. Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства. Проценты.	1	-	2	-	1	4
	Тема 1.2. Арифметический корень n–ой степени.		-	3	-	1	4
	Тема 1.3. Степень с рациональным и действительным показателями.		-	2	-	1	3
2	**Раздел 2. Степенная функция**						
	Тема 2.1. Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции.	1	-	1	-	1	3
	Тема 2.2. Иррациональные уравнения и неравенства.		-	3	-	1	4
3	**Раздел 3. Показательная функция**						
	Тема 3.1. Показательная функция, её свойства и график.	1	-	1	-	1	3
	Тема 3.2. Показательные уравнения и неравенства.		-	4	-	2	6
	Тема 3.3. Системы показательных уравнений и неравенств.		-	2	-	1	3
4	**Раздел 4. Логарифмическая функция**						

	Тема 4.1. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.	1	-	3	-	1	5
	Тема 4.2. Логарифмическая функция, её свойства и график	1	-	2	-	1	4
	Тема 4.3. Логарифмические уравнения и неравенства.		-	4	-	2	6
	Раздел 5. Тригонометрические формулы и уравнения						
	Тема 5.1. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.	1	-	2	-	1	4
	Тема 5.2. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.		-	2	-	1	3
	Тема 5.3. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений.		-	4	-	1	5
	Тема 5.4. Решение тригонометрических уравнений.		-	4	-	2	6
	Контрольная работа № 1 на тему: «Действительные числа. Степенная, показательная, логарифмическая функции. Тригонометрические формулы и уравнения»		-	1	-		1
6	**Раздел 6. Аксиомы стереометрии и их следствия**						
	Тема 6.1. Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия.	1	-	1	-	1	3
7	**Раздел 7. Параллельность прямых и плоскостей**						
	Тема 7.1. Параллельность прямых, прямой и плоскости.		-	3	-	1	4
	Тема 7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся	1	-	2	-	1	4

	прямые. Угол между двумя прямыми.						
	Тема 7.3. Параллельность плоскостей.		-	3	-	1	4
	Раздел 8. Перпендикулярность прямых и плоскостей						
8	**Тема 8.1.** Перпендикулярность прямых и плоскостей.	1	-	2	-	1	4
	Тема 8.2. Перпендикуляр и наклонные. Углы между прямой и плоскостью.		-	3	-	1	4
	Тема 8.3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.		-	2	-	2	4
9	**Раздел 9. Многогранники**						
	Тема 9.1. Понятие многогранника.	1	-	1	-	1	3
	Тема 9.2. Призма: n-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы.		-	3	-	1	4
	Тема 9.3. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида.		-	2	-	1	3
	Тема 9.4. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб.		-	3	-	1	4
	Раздел 10. Объемы многогранников						
	Тема 10.1. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой призмы.		-	2	-	1	3
	Тема 10.2. Объем наклонной призмы. Объем пирамиды.		-	2	-	1	3
	Тема 10.3. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел. Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных		-	2	-	2	4

	многогранников.						
	Контрольная работа № 2 на тему: «Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Многогранники. Объемы многогранников»		-	1	-		1
ИТОГО (в часах) 1 семестр		**10**	**-**	**72**	**-**	**34**	**116**
II семестр							
11	**Раздел 11. Тригонометрические функции и их графики. Тригонометрические неравенства**						
	Тема 11.1. Тригонометрические функции, их свойства и графики.	1	-	2	-	1	4
	Тема 11.2. Тригонометрические неравенства.		-	1	-		1
12	**Раздел 12. Производная функции и ее применения**						
	Тема 12.1. Производная функции.	1	-	2	-	1	4
	Тема 12.2. Правила дифференцирования.		-	2	-	1	3
	Тема 12.3. Производные элементарных функций.		-	3	-	1	4
	Тема 12.4. Геометрический и физический смысл производной.		-	2	-	1	3
	Тема 12.5. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы.		-	3	-	1	4
	Тема 12.6. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.		-	2	-	1	3
	Тема 12.7. Применение производной для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.		-	1	-		1
13	**Раздел 13. Интеграл и его применения**						
	Тема 13.1. Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила	1	-	2	-	1	4

	нахождения первообразных.						
	Тема 13.2. Неопределенный интеграл и его свойства.		-	2	-	1	3
	Тема 13.3. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.		-	2	-	1	3
	Тема 13.4. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур.		-	2	-	2	4
	Контрольная работа № 3 на тему: «Тригонометрические функции и их графики. Производная функции и ее применения. Интеграл и его применения»		-	1	-		1
14	**Раздел 14. Тела вращения**						
	Тема 14.1. Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра.	1	-	2	-	1	4
	Тема 14.2. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус.	1	-	2	-	1	4
	Тема 14.3. Сфера и шар. Уравнение сферы. Уравнение плоскости. Взаимное расположение сферы и плоскости.		-	2	-	1	3
	Тема 14.4. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.		-	2	-	1	3
	Раздел 15. Объемы тел вращения						
	Тема 15.1. Объем цилиндра.		-	2	-	1	3
	Тема 15.2. Объем конуса.		-	2	-	1	3
	Тема 15.3. Объем шара. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.		-	2	-	1	3
	Тема 15.4. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел вращения.		-	2	-	1	3
16	**Раздел 16. Векторы и координаты в пространстве**						

	Тема 16.1. Вектор на плоскости и в пространстве. Равенство векторов.	1	-	1	-	1	3
	Тема 16.2. Сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число.		-	2	-	1	3
	Тема 16.3. Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.		-	2	-	1	3
	Тема 16.4. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах.	1	-	2	-	1	4
	Тема 16.5. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.		-	2	-	2	4
	Тема 16.6. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Параллельный перенос.		-	2	-	1	3
17	**Раздел 17. Вероятность и статистика**						
	Тема 17.1. Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.		-	2	-		2
	Тема 17.2. Основные элементы комбинаторики: перестановки, размещения. Сочетания. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.		-	2	-	1	3
	Тема 17.3. Основные понятия теории вероятностей. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей.	1	-	2	-		3
	Тема 17.4. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности.		-	2	-		2
	Тема 17.5. Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	2	-	2	-	1	5

	Тема 17.6. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм.		-		-	1	1
	Тема 17.7. Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения.	1	-	2	-	1	4
	Тема 17.8. Числовые характеристики дискретной случайной величины.		-	3	-	2	5
	Тема 17.9. Понятие о законе больших чисел.	1	-		-	1	2
	Контрольная работа № 4 на тему: «Тела вращения. Объемы и поверхности тел вращения. Векторы и координаты в пространстве. Вероятность и статистика».		-	1	-		1
ИТОГО (в часах) II семестр		**12**	**-**	**70**	**-**	**34**	**116**
Всего		**22**	**-**	**142**	**-**	**68**	**232**

Темы и их краткое содержание
Первый курс

Раздел 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА
Тема 1.1. МНОЖЕСТВА РАЦИОНАЛЬНЫХ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**.** ПРОЦЕНТЫ.
Лекция № 1 *(1 час)*
Множества рациональных и действительных чисел. Абсолютная и относительная погрешность. Проценты. Основные методы решения рациональных уравнений и неравенств. Применение расчетов в физической культуре и спорте: анализ результатов соревнований, разработка стратегий спортивных игр, оценка физической подготовки, расчет нагрузок для тренировок, обработка данных в видах спорта.
Практическое занятие № 1*(1 час)*
Решение рациональных выражений, уравнений и неравенств.
Практическое занятие № 2 *(1 час)*
Применение дробей и процентов при решении профессиональных задач. Решение рациональных уравнений.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение рациональных уравнений и неравенств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение выполнять преобразования дробно-рациональных выражений;
умение оперировать понятиями: рациональные уравнения и неравенства;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами);
умение составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 1.2. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ N–ОЙ СТЕПЕНИ
Практическое занятие № 1*(2 часа)*
Арифметический корень натуральной степени и его свойства. Преобразования числовых выражений, содержащих корни. Расчеты, связанные с профессией.
Практическое занятие № 2*(1 час)*
Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Преобразования числовых выражений, содержащих корни. Построение графика арифметического корня n-степени.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;
умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений с арифметическими корнями n-степени;
умение строить графики арифметического корня n-степени;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 1.3. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Практическое занятие № 1*(2 часа)*

Вычисление, упрощение выражений со степенями с рациональным и действительными показателями. Расчеты, связанные с профессией.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Преобразования выражений со степенями с рациональным и действительным показателями. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятием: степень с рациональным и действительным показателями;

умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями с рациональным и действительным показателями;

умение выражать формулами зависимости между величинами;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 2. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

Тема 2.1. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК. ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ.

Лекция № 1 *(1 час)*

Понятие степенной функции, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Применение степенной функции при анализе зависимости перемещения от времени**,** кривой рекордов**,** расчетах показателей, определяющих состояние спортсмена.

Практическое занятие № 1*(1 час)*

Построение графиков степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечисление их свойств.

Описание свойств (монотонность, ограниченность, четность, нечетность) по графикам степенных функций. Анализ поведения функций на различных участках области определения. Преобразование графиков степенных функций: параллельный перенос.

Взаимно обратные функции.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Построение графиков степенных функций и описание их свойств. Взаимно обратные функции.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: степенная функция, обратные функции.

умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 2.2. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Практическое занятие № 1*(2 часа)*

Решение иррациональных уравнений. Расчеты, связанные с профессией.

Практическое занятие № 2*(1час)*

Решение иррациональных неравенств.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение иррациональных уравнений и неравенств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием иррациональные уравнения и неравенства;
умение составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач;

Раздел 3. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ
Тема 3.1. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИК.
Лекция № 1 *(1 час)*
Показательная функция, её свойства и график. Использование показательной функции в спортивных анализах и тренировках: описания процессов роста и изменения показателей, анализ динамики нагрузки, скорости восстановления после тренировки или роста результатов со временем, расчёт сложных процентов при планировании финансовых аспектов спортивной подготовки
Практическое занятие № 1 *(1 час)*
Построение графиков показательных функций. Использование графика функции для решения уравнений. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Построение графиков показательных функций и описание их свойств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием показательная функция;
умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
умение оперировать понятиями: показательная функция;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 3.2. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение показательных уравнений. Решения задач, связанных с описанием процессов, происходящих во время тренировок и соревнований, с помощью показательных уравнений.
Практическое занятие № 2 *(2 часа)*
Решение показательных неравенств. Решения задач, связанных с описанием процессов, происходящих во время тренировок и соревнований, с помощью показательных неравенств.
Самостоятельная работа *(2часа)*
Изучение теоретического материала. Решение показательных уравнений и неравенств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием показательная функция;
умение оперировать понятием показательные уравнения и неравенства;
умение составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 3.3. СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение систем показательных уравнений и неравенств. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение показательных уравнений и неравенств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием показательная функция;
умение оперировать понятием показательные уравнения и неравенства, их системы;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ
Тема 4.1. ЛОГАРИФМ ЧИСЛА. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ. ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ.
Лекция № 1 *(1 час)*
Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Применение логарифмов в спорте.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов. Расчеты, связанные с профессией.
Практическое занятие № 2 *(1 час)*
Вычисление десятичных и натуральных логарифмов. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Вычисление логарифмов.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием логарифм числа;
умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений с логарифмами;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИК
Лекция № 1 *(1 час)*
Логарифмическая функция, её свойства и график. Применение логарифмической функции в спорте.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Построение графиков логарифмических функций с данным основанием. По графику логарифмической функции описание ее свойств (монотонность, ограниченность). Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скорости возрастания (убывания) функций. Преобразование графика логарифмической функции. Использование свойств логарифмической функции при решении профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Построение графиков логарифмических функций и описание их свойств.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием: логарифм числа, логарифмическая функция;
умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений с логарифмами;
умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 4.3. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение логарифмических уравнений. Расчеты, связанные с профессией.
Практическое занятие № 2 *(2 часа)*
Решение логарифмических неравенств. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(2 часа)*
Решение логарифмических уравнений и неравенств.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием логарифмическая функция;
умение оперировать понятием логарифмические уравнения и неравенства;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 5. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ И УРАВНЕНИЯ
Тема 5.1. СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА
Лекция № 1 *(1 час)*
Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Тригонометрические функции в спорте: расчет траекторий мячей, углов бросков, траекторий движения и геометрических конструкций в спорте и др.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Перевод градусной меры в радианную и, обратно. Нахождение на окружности положения точки, соответствующей данному действительному числу. Нахождение знаков значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Выявление зависимости между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла. Четность, нечетность тригонометрических функций. Расчеты, связанные с профессией.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала: синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Решение задач
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятием тригонометрическая функция;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 5.2. АРКСИНУС, АРККОСИНУС, АРКТАНГЕНС ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Нахождение арксинуса, арккосинуса, арктангенса числового аргумента с применением их свойств. Расчеты, связанные с профессией.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Совершенствование умений применения понятий арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс; умений применения таблиц значений обратных тригонометрических функций при решений упражнений.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятием тригонометрическая функция, обратные функции;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 5.3. ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач с применением основных тригонометрических тождеств, формул приведения, формул суммы и разности аргументов, формул двойного аргумента, формул половинного аргумента, формул преобразования суммы в произведение, формул преобразования произведения в сумму. Расчеты, связанные с профессией.

Практическое занятие № 2 *(2 часа)*

Преобразование тригонометрических выражений. Расчеты, связанные с профессией.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Основные тригонометрические формулы. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятием тригонометрическая функция; исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 5.4. РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Практическое занятие № 2 *(2 часа*)

Решение тригонометрических уравнений различными методами.

Самостоятельная работа *(2 часа)*

Изучение теоретического материала. Решение тригонометрических уравнений. Подготовка к Контрольной работе № 1 на тему: «Действительные числа. Степенная, показательная, логарифмическая функции. Тригонометрические формулы и уравнения».

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: тригонометрические функции, обратные функции, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 6. АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ СЛЕДСТВИЯ

Тема 6.1. ПРЕДМЕТ СТЕРЕОМЕТРИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТЕРЕОМЕТРИИ: ТОЧКА, ПРЯМАЯ, ПЛОСКОСТЬ, ПРОСТРАНСТВО. АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ ПРОСТЕЙШИЕ СЛЕДСТВИЯ.

Лекция № 1 *(1 час)*

Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Применение стереометрии в физической культуре и спорте: моделирование спортивных объектов**,** анализ изометрических упражнений**,** проектирование спортивных снарядов.

Практическое занятие № 1 *(1 час)*

Решения задач с применением основных понятий, аксиом стереометрии, проведение доказательных рассуждений.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 7. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Тема 7.1. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Практическое занятие № 1 *(1 час)*

Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых в пространстве.

Практическое занятие № 2 *(2 часа)*

Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Параллельные прямые в пространстве. Параллельность прямой и плоскости в пространстве. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, параллельность прямых и плоскостей;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 7.2. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ: ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ И СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ. УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ПРЯМЫМИ

Лекция № 1 *(1 час)*

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми. Практическое применение параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых в спорте.

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве. Вычисление углов между двумя прямыми.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Взаимное расположение прямых в пространстве; примеры, встречающиеся в спорте. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых, угол между прямыми;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 7.3. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Плоскости движения в контексте физических упражнений. Решение задач.

Практическое занятие № 2*(1 час)*

Тетраэдр, куб, параллелепипед. Решение задач. Построение сечений.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на вычисление, построение и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, параллельность прямых и плоскостей, угол между прямыми, тетраэдр, куб, параллелепипед, сечение многогранника;

умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение вычислять геометрические величины используя изученные формулы и методы;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях,

в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 8. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ
Тема 8.1. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ
Лекция № 1 *(1 час)*
Перпендикулярные прямые в пространстве. Прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Перпендикулярность прямых и плоскостей при анализе движений: наклона тела, работы мышц и суставов.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач на вычисление и доказательство.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 8.2. ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННЫЕ. УГЛЫ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости. Применение теоремы о трех перпендикулярах при решении стереометрических задач. Решение профессиональных задач.
Практическое занятие № 2 *(1 час)*
Угол между прямой и плоскостью. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач на вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать

математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 8.3. ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Прямоугольный параллелепипед.
Самостоятельная работа *(2 часа)*
Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 9. МНОГОГРАННИКИ
Тема 9.1. ПОНЯТИЕ МНОГОГРАННИКА
Лекция № 1 *(1 час)*
Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники; развёртка многогранника. Геометрическое тело. Применение многогранников в спорте.
Практическое занятие № 1 *(1 час)*
Решение задач по теме многогранники. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой

математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 9.2. ПРИЗМА: N-УГОЛЬНАЯ ПРИЗМА; ГРАНИ И ОСНОВАНИЯ ПРИЗМЫ; ПРЯМАЯ И НАКЛОННАЯ ПРИЗМЫ; БОКОВАЯ И ПОЛНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ПРИЗМЫ

Практическое занятие № 1 *(3 часа)*

Вычисление элементов призмы: ребра, диагонали, углы. Построение и нахождение площадей простейших сечений призмы. Вычисление боковой и полной поверхности призмы. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, площадь поверхности призмы;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 9.3. ПИРАМИДА: N-УГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА, ГРАНИ И ОСНОВАНИЕ ПИРАМИДЫ; БОКОВАЯ И ПОЛНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ПИРАМИДЫ; ПРАВИЛЬНАЯ И УСЕЧЁННАЯ ПИРАМИДА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление элементов пирамиды: ребра, диагонали, углы. Построение и нахождение площадей простейших сечений пирамиды. Вычисление боковой и полной поверхности пирамиды. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника,пирамида, площадь поверхности пирамиды;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение распознавать правильные многогранники;
умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 9.4. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ: ПОНЯТИЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОГРАННИКА; ПРАВИЛЬНАЯ ПРИЗМА И ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА; ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА И ПРАВИЛЬНЫЙ ТЕТРАЭДР; КУБ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Элементы симметрии правильных многогранников. Изображение развертки многогранников. Решение профессиональных задач.

Практическое занятие № 2 *(1 час)*

Вычисление элементов правильных многогранников: рёбра, диагонали, углы. Вычисление боковой и полной поверхности правильных многогранников. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, призма, пирамида, площадь поверхности пирамиды, призмы;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение распознавать правильные многогранники;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 10. ОБЪЕМЫ МНОГОГРАННИКОВ

Тема 10.1. ПОНЯТИЕ ОБЪЕМА. ОБЪЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. ОБЪЕМ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление объемов прямоугольного параллелепипеда и прямой призмы. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы;

умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение распознавать правильные многогранники;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 10.2. ОБЪЕМ НАКЛОННОЙ ПРИЗМЫ. ОБЪЕМ ПИРАМИДЫ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление объемов наклонной призмы и пирамиды. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, призма, пирамида, объем пирамиды, призмы;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение распознавать правильные многогранники;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 10.3. ПОДОБНЫЕ ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕ. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПЛОЩАДЯМИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМАМИ ПОДОБНЫХ ТЕЛ. СИММЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ. ЭЛЕМЕНТЫ СИММЕТРИИ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление площадей поверхностей и объемов подобных тел. Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(2 часа)*
Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство. Подготовка к контрольной работе № 2 на тему: «Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Многогранники. Объемы многогранников»
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, площадь поверхности пирамиды, призмы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы;
умение изображать многогранники, их сечения от руки, с помощью чертежных

инструментов и электронных средств;
умение распознавать правильные многогранники;
умение оперировать понятиями подобные фигуры в пространстве;
умение использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 11. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Тема 11.1. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Лекция № 1 *(1 час)*

Тригонометрические функции, их свойства и графики. Применение тригонометрических функций в физической культуре и спорте: при расчёте траекторий движения, углов бросков и других параметров.

Практическое занятие № 1 *(2часа)*

Построение графиков тригонометрических функций и описание их свойств.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. По графикам функций описывать их свойства.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: тригонометрические функции, обратные функции, тригонометрические уравнения;
исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 11.2. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА

Практическое занятие № 1 *(1 час)*

Решение тригонометрических неравенств

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: тригонометрические функции, обратные функции, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 12. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Тема 12.1. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ

Лекция № 1 *(1 час)*

Понятие производной функции и ее применение в физической культуре и спорте для анализа динамики движения, планирования тренировочных программ и оптимизации маршрутов.

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Производная степенной функции. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. Решение задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;
умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.2. ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление производных степенных функций с применение правил дифференцирования. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;
умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.3. ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ
Практическое занятие № 1 *(3 часа)*
Вычисление производных элементарных функций. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Вычисление производных функций.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;
умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач на нахождение касательной к графику функции, физический смысл производной в профессиональных задачах.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;

умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;

умение применять производную при решении задач на движение;

умение решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;

умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.5. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ НА МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМЫ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Нахождение промежутков монотонности функций. Решение задач на признаки возрастания и убывания функций, максимум и минимум. Решение профессиональных задач.

Практическое занятие № 2 *(1 час)*

Применение производной к исследованию функций. Построение графиков функций. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Признаки возрастания убывания функций. Критические точки функции. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремумов. Применение производной к исследованию функций. Построение графиков функций.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;

умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;

умение применять производную при решении задач на движение;

умение решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;

умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении

задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.6. НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;
умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;
умение применять производную при решении задач на движение;
умение решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 12.7. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ПРОЦЕССА, ЗАДАННОГО ФОРМУЛОЙ ИЛИ ГРАФИКОМ
Практическое занятие № 1 *(1 час)*
Применение производной для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком. Решение профессиональных задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная;
умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;
умение применять производную при решении задач на движение;
умение решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического

анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 13. ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

Тема 13.1. ПЕРВООБРАЗНАЯ, ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПЕРВООБРАЗНЫХ. ПЕРВООБРАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ. ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ ПЕРВООБРАЗНЫХ

Лекция № 1 *(1 час)*

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных. Применение первообразной в спорте для расчёта различных параметров, связанных с движением тел, работой мышц и другими аспектами спортивной практики.

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Нахождение первообразных функций. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная;
умение находить первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 13.2. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО СВОЙСТВА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление неопределённого интеграла с применением его свойств.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная;

умение находить первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 13.3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА ПО ФОРМУЛЕ НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл;
умение находить первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 13.4. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПЛОСКИХ ФИГУР
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение профессиональных задач, связанных с вычислением площадей и перемещением объектов.
Самостоятельная работа *(2 часа)*
Изучение теоретического материала. Решение задач. Подготовка к Контрольной работе № 3 на тему: «Тригонометрические функции и их графики. Производная функции и ее применения. Интеграл и его применения»
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл;
умение находить первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
умение строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
умение использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни;
умение выражать формулами зависимости между величинами;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 14. ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ
Тема 14.1. ПОНЯТИЕ ЦИЛИНДРА. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА
Лекция № 1 *(1 час)*
Понятие цилиндрической поверхности, цилиндра и его элементов; виды сечения цилиндра плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра. Применение цилиндра в физической культуре и спорте.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление элементов цилиндра Построение и нахождение площадей простейших сечений цилиндра: осевое сечение, сечения, перпендикулярное оси, сечение, параллельное оси. Вычисление боковой и полной поверхности цилиндра. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, цилиндр, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся, цилиндра, площадь поверхности цилиндра;
умение изображать поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 14.2. ПОНЯТИЕ КОНУСА. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА. УСЕЧЕННЫЙ КОНУС
Лекция № 1 *(1 час)*
Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Построение конуса. Развертка конуса. Построение и нахождение площадей сечений конуса. Вычисление элементов конуса, усеченного конуса. Вычисление площадей поверхности конуса и усеченного конуса. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, конус, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся конуса, площадь поверхности конуса;

умение изображать поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 14.3. СФЕРА И ШАР. УРАВНЕНИЕ СФЕРЫ. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ СФЕРЫ И ПЛОСКОСТИ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Составление уравнения сферы и плоскости. Нахождение координат центра и радиуса сферы, площади сечения сферы и шара. Решение задач на взаимное расположение сферы и плоскости. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: плоскость, пространство, фигура и поверхность вращения, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, площадь сферы;

умение изображать поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 14.4. КАСАТЕЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ К СФЕРЕ. ПЛОЩАДЬ СФЕРЫ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач: касательная плоскость к сфере, площадь сферы. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: прямая, плоскость, пространство, фигура и поверхность вращения, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, площадь сферы;

умение изображать поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 15. ОБЪЕМЫ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Тема 15.1. ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление объема цилиндра. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, цилиндр, площадь поверхности цилиндра, объем цилиндра;

умение изображать поверхности вращения от руки, с помощью чертежных инструментов;

умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 15.2. ОБЪЕМ КОНУСА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление объема конуса, усеченного конуса. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, конус, площадь поверхности конуса, объем конуса;
умение изображать поверхности вращения от руки, с помощью чертежных инструментов;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 15.3. ОБЪЕМ ШАРА. ОБЪЕМЫ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА, ШАРОВОГО СЛОЯ И ШАРОВОГО СЕКТОРА
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Вычисление объема шара, шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора и геометрических тел, встречающихся в физической культуре и спорте.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, шар, площадь шара, объем шара;
умение изображать поверхности вращения от руки, с помощью чертежных инструментов;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 15.4. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПЛОЩАДЯМИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМАМИ ПОДОБНЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение задач на соотношение между площадями поверхностей и объемами подобных тел. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус,

шар, сфера, площадь поверхности конуса, цилиндра, площадь сферы, цилиндра, конуса, шара;
умение изображать поверхности вращения от руки, с помощью чертежных инструментов;
умение оперировать понятиями подобные фигуры в пространстве;
умение использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;
умение вычислять геометрические величины, используя изученные формулы и методы;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 16. ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ В ПРОСТРАНСТВЕ
Тема 16.1. ВЕКТОР НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ
Лекция № 1 *(1 час)*
Вектор на плоскости и в пространстве. Равенство векторов. Применение векторов в физической культуре и спорте для описания движений, анализа игровых ситуаций и обучения.
Практическое занятие № 1 *(1 час)*
Решение задач на установление сонаправленных, противоположно направленных, равных и коллинеарных векторов. Нахождение длин векторов.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение и вычисление.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство;
умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 16.2. СЛОЖЕНИЕ, ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ, УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Действия над векторами. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение и вычисление.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение оперировать понятиями: вектор, сумма векторов, произведение вектора на число;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать

математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 16.3. КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ. ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА ПО ТРЕМ НЕКОМПЛАНАРНЫМ ВЕКТОРАМ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач на применение правила параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство;
умение оперировать понятиями: вектор, сумма векторов, произведение вектора на число;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 16.4. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА. СВЯЗЬ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ВЕКТОРОВ И КООРДИНАТАМИ ТОЧЕК. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ

Лекция № 1 *(1 час)*

Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Применение прямоугольной системы координат и координат векторов для описания положение тела в пространстве и расчетов перемещения, скорости, ускорения, построения траектории движения при выполнении спортивных движений, оценки углов устойчивости при выполнении силовых упражнений и др.

Практическое занятие № 1 *(2часа)*

Нахождение координат точек, векторов в пространстве. Установление связи между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. Решение задач на построение и вычисление.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство;
умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число;
умение находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;
умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 16.5. УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ. ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ И ПЛОСКОСТЯМИ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление углов между векторами. Нахождение скалярного произведения векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(2 часа)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, ;

умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число;

умение находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 16.6. ЦЕНТРАЛЬНАЯ, ОСЕВАЯ И ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИИ. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение задач на центральную, осевую, зеркальную симметрии и параллельный перенос. Решение профессиональных задач.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Изучение теоретического материала. Решение задач на построение, вычисление и доказательство.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

умение оперировать понятиями: движение в пространстве;

умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, сумма векторов;

умение находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии;

умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Раздел 17. Вероятность и статистика

Тема 17.1. МНОЖЕСТВО, ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ДИАГРАММЫ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Операции над множествами. Построение диаграмм Эйлера-Венна. Решение профессиональных задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение оперировать понятиями: множество, операции над множествами;
умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами);
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную на диаграммах, отражающую свойства реальных процессов и явлений
умение представлять информацию с помощью диаграмм;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.2. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ: ПЕРЕСТАНОВКИ, РАЗМЕЩЕНИЯ, СОЧЕТАНИЯ. ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ. ФОРМУЛА БИНОМА НЬЮТОНА.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Решение задач с применение формул перестановок, размещений и сочетаний. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение оперировать понятиями: комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ФОРМУЛА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ. УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
Лекция № 1 *(1 час)*
Понятие вероятности (статистическое и классическое). Теорема сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Зависимые и независимые события. Условные вероятности и теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Применение теории вероятности в спорте.
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Закрепление теоретического материала. Решение задач на нахождение вероятностей.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность

случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.4. ДЕРЕВО СЛУЧАЙНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Вычисление вероятностей случайных событий с помощью построения дерева случайного эксперимента и формулы полной вероятности. Решение профессиональных задач.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач;

Тема 17.5. НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ. БИНАРНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ОПЫТ (ИСПЫТАНИЕ), УСПЕХ И НЕУДАЧА. НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ. СЕРИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ ДО ПЕРВОГО УСПЕХА. СЕРИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ БЕРНУЛЛИ

Лекция № 1 *(2 часа)*

Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Примеры бинарных испытаний в спорте. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.

Практическое занятие № 1 *(2 часа)*

Решение профессиональных задач на вычисление вероятностей независимых событий по схеме Бернулли.

Самостоятельная работа *(1 час)*

Закрепление теоретического материала. Вычисление вероятностей независимых событий.

Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:

умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность

случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.6. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ТАБЛИЦ И ДИАГРАММ
Самостоятельная работа *(1 час)*
Методы представления спортивных данных.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений;
умение представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм;
исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств.

Тема 17.7. ДИСКРЕТНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА. ЗАКОН ЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ДИАГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
Лекция № 1 *(1 час)*
Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения. Применение дискретной величины в спорте для анализа результатов событий и принятия обоснованных решений**.**
Практическое занятие № 1 *(2 часа)*
Построение закона и функции распределения дискретной величины. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Закрепление теоретического материала. Решение профессиональных задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов, знакомство со случайными величинами;
умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений;
умение представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;

умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.8. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ
Практическое занятие № 1 *(1 час)*
Нахождение моды, медианы, среднего арифметического значения, математического ожидания. Решение профессиональных задач.
Практическое занятие № 2 *(2 часа)*
Вычисление размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации и ошибки выборочного среднего. Решение профессиональных задач.
Самостоятельная работа *(2 часа)*
Изучение теоретического материала. Решение профессиональных задач.
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение;
умение вычислять вероятность с использованием графических методов, знакомство со случайными величинами;
умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений;
умение представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение решать текстовые задачи разных типов;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

Тема 17.9. ПОНЯТИЕ О ЗАКОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ
Лекция № 1 *(1 час)*
Понятие о законе больших чисел. Основные свойства закона больших чисел. Применение закона больших чисел в физической культуре и спорте: планирование тренировочного процесса**,** подсчёт результатов в соревнованиях, анализ ситуаций.
Самостоятельная работа *(1 час)*
Подготовка к Контрольной работе 4 на тему: «Тела вращения. Объемы и поверхности тел вращения. Векторы и координаты в пространстве. Вероятность и статистика»
Изучение темы направлено на следующие предметные результаты:
умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение;
умение вычислять вероятность с использованием графических методов, знакомство со

случайными величинами;
умение применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач;
умение оценивать вероятности реальных событий;
умение составлять выражения, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве;
умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
владение методами доказательств, алгоритмами решения задач.

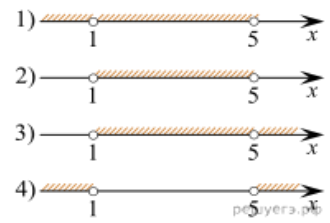
5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

5.1. Перечень примерных вопросов и заданий для организации самостоятельной работы обучающегося

№ п/п	Тема/раздел	Виды и содержание самостоятельной работы	Трудоемкость, часов
1.	**Раздел 1. Действительные числа**		
	Тема 1.1. Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства . Проценты.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.I, §1-2, §8]: 1. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби. Бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. 2. Уравнение, корень уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений. 3. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов. Решение дробно-рациональных неравенств. 4. Применение процентов для решения прикладных задач из реальной жизни. 5. Применение расчетов в физической культуре и спорте: анализ результатов соревнований, разработка стратегий спортивных игр, оценка физической подготовки, расчет нагрузок для тренировок, обработка данных в видах спорта. *Решение задач:* 1. Найдите значение выражения: $(2\frac{4}{7} - 2{,}5) : \frac{1}{70}$ 2. Найдите корень уравнения	1

$$\frac{1}{3x-4}=\frac{1}{4x-11}$$

3. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-1)^2(x-5)<0$ Б) $(x-1)(x-5)<0$ В) $\frac{x-1}{x-5}>0$ Г) $\frac{(x-5)^2}{x-1}>0$	

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

4. На спортивные соревнования прибыло 120 участников, среди которых 48 мастеров спорта и 60 кандидатов в мастера спорта.
а) Какую часть от общего числа участников составляют кандидаты в мастера спорта?
b)Сколько процентов участников являются мастерами спорта?
c) Во сколько раз кандидатов в мастера спорта больше, чем мастеров спорта?

Рекомендованные источники литературы

1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.

2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025).

3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа:

		локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 1.2. Арифметический корень n–ой степени	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.I, §4]: 1.Определение арифметического корня n–ой степени. 2. Свойства арифметического корня n–ой степени. *Решение задач* [2]*:* № 38(2), № 41(2), № 43(2), № 44(2), № 47(2), № 48(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 1.3. Степень с рациональным и действительным показателями	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.I, §5]: 1. Определение степени с рациональным показателем и ее свойства. 2.Определение степени с действительным показателем и ее свойства. 3. Теорема и три следствия из нее. 4. Применение степеней в физической культуре и спорте: измерение физических величин, присвоение спортивных званий и разрядов. *Решение задач* [2]*:* № 58(2), № 60(2), № 61(2), № 69(2), № 70(2), № 71(2), № 79(2), № 84(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	1

		2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
2.	**Раздел 2. Степенная функция**		
	Тема 2.1. Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля*[2, Гл.II, §6, §7]: 1.Понятие степенной функции. 2.Функция, ограниченная сверху (снизу), возрастающая (убывающая), монотонная, четная (нечентая). 2.Свойства степенной функции при четном значении *n.* 3.Свойства степенной функции при нечетном значении *n.* 4. Графики различных случаев степенной функции. 5. Решение неравенств с помощью графиков и свойств степенной функции. 6. Взаимно обратные функции. 7. Применение степенной функции при анализе зависимости перемещения от времени**,** кривой рекордов**,** расчетах показателей, определяющих состояние спортсмена. *Решение задач* [2]*:* № 119(2, 4, 6), № 127 (2,4), № 134 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная	1

		форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 2.2. Иррациональные уравнения и неравенства	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.II, §9, §10]: 1. Определение иррационального уравнения и его свойства. Алгоритм решение иррационального уравнения. 2. Решение уравнений с помощью графиков 3. Определение иррационального неравенства. Алгоритм решение иррационального неравенства. 4. Решение неравенств с помощью графиков *Решение задач* [2]*:* № 152(2), № 153(2), № 154(2,4), № 162(2), № 169(2), № 170(2), № 172(2).. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
3	**Раздел 3. Показательная функция**		

	Тема 3.1. Показательная функция, её свойства и график.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.III, §11]: 1. Определение показательной функции, ее свойства и график. 2. Использование показательной функции в спортивных анализах и тренировках. *Решение задач* [2]*:* № 194(1,2), № 197(2,4), № 200 (2,4), № 201(2), №206 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 3.2. Показательные уравнения и неравенства	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля*[2, Гл.III, §12, §13]: 1. Определение и вид показательных уравнений. Алгоритм решения показательных уравнений. 2. Примеры задач, связанных с описанием процессов, происходящих во время тренировок и соревнований, с помощью показательных уравнений. 3. Определение и вид показательных неравенств. Алгоритм решения показательных неравенств. *Решение задач* [2]*:* № 209(1,2), № 250(2,4), № 211 (2,4), № 213(2), № 228(2,4,6) , № 231(2,4), № 232(2,4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	2

		2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 3.3. Системы показательных уравнений и неравенств	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.III, §14]: 1. Алгоритм решения системы уравнений способом подстановки. 2. Алгоритм решения системы уравнений способом сложения. 3. Алгоритм решения системы неравенств. *Решение задач* [2]*:* № 240(2,4), № 241(2), № 242 (2), № 213(2), № 228(2,4,6) , № 231(2,4), № 232(2,4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Раздел 4. Логарифмическая функция		

	Тема 4.1. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.IY, §15-17]: 1.Определение логарифма числа. Основное логарифмическое тождество. 2. Свойство логарифмов. 3. Десятичные и натуральные логарифмы. 4. Примеры применения логарифмов в спорте. *Решение задач* [2]*:* № 271(2), № 272(2), № 273(2), № 274(2), № 281(2), №290(2) , № 291(2), № 292(2), № 293(2), № 294(2), № 314(3). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 4.2. Логарифмическая функция, её свойства и график	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.IY, §18]: 1. Вид логарифмической функции, ее свойства. 2. График логарифмической функции. 3. Примеры применения логарифмической функции в спорте. *Решение задач* [2]*:* № 320(2), № 324(2,4), № 325(2), № 326(2,4), № 328(2), № 332(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). –	1

		Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 4.3. Логарифмические уравнения и неравенства	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.IY, §19, §20]: 1.Вид простейших логарифмических уравнений. 2. Основные приемы решения логарифмических уравнений. 3. Вид простейших логарифмических неравенств. 4. Алгоритм решения логарифмических неравенств. *Решение задач* [2]*:* № 337(2), № 338(2), № 340(2), № 343(2,4), № 348(2), № 355(2, 4), № 359(2) № 360(2), № 361(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	2

	Раздел 5. Тригонометрические формулы и уравнения		
	Тема 5.1. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.Y, §21-25, §27]: 1. Какой угол называется углом в 1 радиан. 2. Сколько градусов содержится в 1 рад. 3. Формулы перевода градусной меры в радианную и, наоборот. 4.Единичная окружность. Поворот точки вокруг начала координат. 5. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла. 6. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса в различных четвертях. 7. Выявление зависимости между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла. 8. Тригонометрические функции в спорте: расчет траекторий мячей, углов бросков, траекторий движения и геометрических конструкций в спорте и др. *Решение задач* [2]*:* № 407(2), № 408(2), № 416(2,4), № 434(2,4), № 437(2,4), № 449(2, 4,6), № 458(2) № 459(4), № 475(4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1

	Тема 5.2. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числового аргумента	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YI, §33-35(3)]: 1. Определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса числового аргумента. *Решение задач* [2]*:* № 568(2,4,6), № 569(2,4), № 570(2), № 586(2,4,6), № 587(2,4),№ 588(2), 607(2,4), № 608(2), № 609(2,4), № 655(2,4,6). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 5.3. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля*[2, Гл.Y, §26, §28-32]: 1.Тригонометрические тождества. 2. Формулы сложения. 3. Синус, косинус, тангенс двойного угла. 4. Синус, косинус, тангенс половинного угла. 5. Формулы приведения. 6. Формулы суммы, разности синусов и косинусов. *Решение задач* [2]*:* № 551(2), № 502(1,2,3), № (2), № 525(2,4,7), № 526(2,4, 6), № 529(2, 4,6,8), 531(2), № 537(2,4), № 538(2,4,6) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и	1

		начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 5.4. Решение тригонометрических уравнений	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YI, §33-36]: 1. Уравнение cosx=a. 2. Уравнение sinx=a. 3. Уравнение tgx=a. 4. Уравнения, сводящиеся к квадратным. 5. Уравнение asinx+bcosx=c/ 6. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители. *Решение задач* [2]*:* № 573(2.4), № 576(2), № 591(2.4), № 594(2), № 611(2), № 612(2), 620(2), № 621(2,4), № 622(4), № 636(2) *Подготовка к Контрольной работе № 1* на тему: «Действительные числа. Степенная, показательная, логарифмическая функции. Тригонометрические формулы и уравнения» (см. Приложение 1). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	2

	Раздел 6. Аксиомы стереометрии и их следствия		
	Тема 6.1. Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:* 1.Предмет стереометрии. 2. Аксиомы стереометрии. 3.Некоторые следствия из аксиом. 4. Применение стереометрии в физической культуре и спорте *Решение задач* [2]*:* № 2, № 4, № 6, № 8, № 12 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Раздел 7. Параллельность прямых и плоскостей		
	Тема 7.1. Параллельность прямых, прямой и плоскости	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава I, §1]: 1. Параллельные прямые в пространстве. 2. Параллельность трех прямых. 3. Параллельность прямой и плоскости. 4. Применение параллельности прямых, прямой и плоскости в физической культуре и спорте. *Решение задач* [2]*:* №18(б), №24, №28, №30(б)	1

		Рекомендованные источники литературы 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава I, §2]: 1. Скрещивающиеся прямые. 2. Углы с сонаправленными сторонами. 3. Угол между прямыми. 4. Взаимное расположение прямых, встречающиеся в спорте. *Решение задач* [2]*:* №38(б), №40, №44(б), №45(б) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-	1

		uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 7.3. Параллельность плоскостей	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава I, §3-4]: 1. Параллельные плоскости. 2. Свойства параллельных плоскостей. 3. Тетраэдр. 4. Параллелепипед. 5. Задачи на построение сечений. 6. Плоскости движения в контексте физических упражнений. *Решение задач* [2]*:* №50, №52, №54(б), №72, №79. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Раздел 8. Перпендикулярность прямых и плоскостей		

	Тема 8.1. Перпендикулярность прямых и плоскостей	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава II, §1]: 1.Перпендикулярные прямые в пространстве. 2. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости. 3. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. 4. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости. 5. Перпендикулярность прямых и плоскостей при анализе движений: наклона тела, работы мышц и суставов. *Решение задач* [2]*:* №116, №118, №122, №126. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 8.2. Перпендикуляр и наклонные. Углы между прямой и плоскостью	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава II, §2]: 1. Расстояние от точки до плоскости. 2. Теорема о трех перпендикулярах. 3. Угол между прямой и плоскостью. *Решение задач* [2]*:* №138, №140, №148, №163(б). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	1

		2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 8.3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава II, §3]: 1.Двугранный угол. 2. Признак перпендикулярности двух плоскостей. 3. Прямоугольный параллелепипед. *Решение задач* [2]*:* №170, №172, №179, №187(б). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	2
	Раздел 9. МНОГОГРАННИКИ		
	Тема 9.1. Понятие многогранника	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава III, §1]: 1. Понятие многогранника, основные элементы	1

		многогранника. 2. Выпуклые и невыпуклые многогранники; развёртка многогранника. 3. Геометрическое тело. 4. Применение многогранников в спорте. *Решение задач* [2]*:* №220, №223, №231 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 9.2. Призма: n-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава III, §1]: 1. Понятие призмы. Элементы призмы. 2. Наклонная призма. Правильная призма. 3. Боковая и полная поверхность призмы. *Решение задач* [2]*:* №224, №229(б), №230 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1

		3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 9.3. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава III, §2]: 1. Пирамида. Элементы пирамиды. 2. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды. 3. Правильная пирамида. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды. 4. Усеченная пирамида. Площадь боковой поверхности усеченной пирамиды. *Решение задач* [2]*:* №240, №242 (а), №258, №268 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 9.4. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава III, §3]: 1. Симметрия в пространстве. 2. Понятие правильного многогранника. 3. Элементы симметрии правильных многогранников. *Решение задач* [2]*:* №276, №280, №284, №226, №268 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего	1

	треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб.	профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Раздел 10. Объемы многогранников		
	Тема 10.1. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой призмы.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YII, §1, §2.65]: 1. Понятие объема. 2. Объем прямоугольного параллелепипеда. 3. Объем прямой призмы *Решение задач* [2]*:* №648 (б), №650, №659 (б), №663 (б) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-	1

		00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 10.2. Объем наклонной призмы. Объем пирамиды.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YII, §3.68,69]: 1. Объем наклонной призмы. *2.* Объем пирамиды. *Решение задач* [2]*:* №676, №681, №684 (б), №685 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 10.3. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:* 1. Подобные тела в пространстве. 2. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел *Решение задач:* 1. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если ребро увеличить в 2 раза? 2. Во сколько раз увеличится объем тетраэдра, если все его ребра увеличить в 3 раза? 3. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 75. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы. 4. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы. *Подготовка к Контрольной работе № 2 на тему*: «Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей.	2

		Многогранники. Объемы многогранников» (см. Приложение 1). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 2. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Раздел 11. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА		
	Тема 11.1. Тригонометрические функции, их свойства и графики.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YII, §38-42]: 1. Свойство функции y = cosx и ее график. 2. Свойство функции y = sinx и ее график. 3. Свойство функции y = tgx и ее график. *Решение задач* [2]*:* №710(2,4), №712(2,4), №722(2,4), №724(2,4), №736(2,4), №744(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	1

		2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Раздел 12. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ		
	Тема 12.1. Производная функции.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YIII, §44-45]: 1. Понятие производной функции 2. Применение производной в спорте для анализа динамики движения, планирования тренировочных программ и оптимизации маршрутов. *Решение задач* [2]*:* №789(2,4), №790(2,4), №791(2,4), №793(2,4) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала	1

		анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 12.2. Правила дифференцирования.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YIII, §46]: 1. Производная суммы. 2. Производная произведения. 3. Производная частного. 4. Производная сложной функции. *Решение задач* [2]*:* №802(2,4), №806(2), №809(4), №810(2), №815(2), №826. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 12.3. Производные элементарных функций.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YIII, §47]: 1. Производная показательной функции. 2. Производная логарифмической функции. 3. Производные тригонометрических функций. *Решение задач* [2]*:* №832(2,4), №834(2,4), №836(2, 4), №839(2,3), №841(2,4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	1

		2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 12.4. Геометрический и физический смысл производной.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.YIII, §44, §48]: 1. Геометрический смысл производной. 2. Физический смысл производной. *Решение задач* [2]*:* №783(2), №878, №860(2,4,6,8), №861. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1

	Тема 12.5. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.IX, §49-51]: 1. Признаки возрастания, убывания функций. 2. Точки экстремума. 3. Исследование функции и построение ее графика. *Решение задач* [2]*:* №900(2), №910, №912(2,4), №913(2), №923, №926(2,4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 12.6. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.IX, §52]: 1. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке *Решение задач* [2]*:* №936, №938, №944(1,2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. —	1

		URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Раздел 13. Интеграл и его применения		
	Тема 13.1. Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля: Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.X, §54-55]: 1. Первообразная, основное свойство первообразных. 2. Первообразные элементарных функций. 3. Правила нахождения первообразных. 4. Применение первообразной в спорте для расчёта различных параметров. *Решение задач* [2]*:* №983 (2), 984 (2), 985 (2), 986 (2), 988 (2), №989 (2,4,6), №991(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1

	Тема 13.2. Неопределенный интеграл и его свойства.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.X, §56]: 1. Неопределенный интеграл. 2. Свойства неопределенного интеграла. *Решение задач* [2]*:* №990 (2,4), 991 (4,6), 993 (2), 994 (2) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	1
	Тема 13.3. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.X, §57]: 1. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. *Решение задач* [2]*:* №1004 (2, 4, 6, 8), 1005 (2, 4, 6), 1006 (2,4). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-	1

		dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	
	Тема 13.4. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:* [2, Гл.X, §58]: 1. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла. *Решение задач* [2]*:* №1014 (2), 1015 (2), 1016 (2). *Подготовка к Контрольной работе № 3* на тему: «Тригонометрические функции и их графики. Производная функции и ее применения. Интеграл и его применения» (см. Приложение 1). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021 – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.	2
	Раздел 14. Тела вращения		
	Тема 14.1. Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YI, §1]: 1. Понятие цилиндра. 2. Виды сечения цилиндра плоскостью. 3. Площадь поверхности цилиндра *Решение задач* [2]*:* №522, №527 (б), №529, №537 *Рекомендованные источники литературы*	1

		1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 14.2. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YI, §2]: 1. Понятие конуса. 2. Площадь поверхности конуса. 3. Усеченный конус. *Решение задач* [2]*:* №548(б), №551 (б), №563, №568 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1

	Тема 14.3. Сфера и шар. Уравнение сферы. Уравнение плоскости. Взаимное расположение сферы и плоскости.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YI, §2, 58-60]: 1. Сфера и шар. 2. Уравнение сферы. 3. Уравнение плоскости. 4. Взаимное расположение сферы и плоскости. *Решение задач* [2]*:* №574(б), №576 (б), №577(б), №578(б), 584. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 14.4. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YI, §2, 61-62; Глава YII, §4,73]: 1. Касательная плоскость к сфере. 2. Площадь сферы. *Решение задач* [2]*:* №590, №592, №594,№723 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-	1

		00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Раздел 15. Объемы тел вращения		
	Тема 15.1. Объем цилиндра.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YII, §2, 66]: 1. Понятие объема тел вращения. 2. Объем цилиндра. 3. Объемы геометрических тел, встречающихся в спорте. *Решение задач* [2]*:* №666(б, в), №670 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1

	Тема 15.2. Объем конуса.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YII, §3, 70]: 1. Объем конуса. 2. Объем усеченного конуса *Решение задач* [2]*:* №701(б), №702, №705 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 15.3. Объем шара. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава YII, §4, 71,72]: 1. Объем шара. 2. Объем шарового сегмента. 3. Объемы шарового слоя и шарового сектора. *Решение задач* [2]*:* №712, №715, №717, №720 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс:	1

		учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 15.4. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел вращения.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:* 1. Соотношения между площадями поверхностей подобных тел. 2. Соотношения между объемами подобных тел. *Решение задач:* 1. В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? 2. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём сосуда равен 810 мл. Найдите объём налитой жидкости. Ответ дайте в миллилитрах. 3. Однородный шар диаметром 3 см весит 108 граммов. Сколько граммов весит шар диаметром 2 см, изготовленный из того же материала? *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Раздел 16. Векторы и координаты в пространстве		

	Тема 16.1. Вектор на плоскости и в пространстве. Равенство векторов.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава IY, §1]: 1. Вектор на плоскости и в пространстве. 2. Равенство векторов. 3. Применение векторов в физической культуре и спорте *Решение задач* [2]*:* №320(а), №321(а), №322, №323, №324 *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 16.2. Сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава IY, §2]: 1. Сложение, вычитание векторов. 2. Умножение вектора на число *Решение задач* [2]*:* №328(б), №331(б), №337(б), №347(б) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-	1

		00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 16.3. Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава IY, §3]: 1. Компланарные векторы. 2. Правило параллелепипеда. 3. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. *Решение задач* [2]*:* №355(б), №358(б), №359(б). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Тема 16.4. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава Y, §1]: 1. Прямоугольная система координат в пространстве. 2. Координаты вектора. 3. Связь между координатами векторов и координатами точек. 4. Простейшие задачи в координатах. 5. Применение прямоугольной системы координат и координат векторов для описания положение тела в пространстве и расчетов перемещения	1

	Простейшие задачи в координатах.	*Решение задач* [2]*:* №402, №404, №409(б,г,е,з,к,м), №411(а), №424(а), №426(а) *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 16.5. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава Y, §2]: 1. Угол между векторами. 2. Скалярное произведение векторов. 3. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. *Решение задач* [2]*:* №441(б), №443(б), №444, №449, №453, №464(б), №4678(б). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 2. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций:	2

		базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	
	Тема 16.6. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Параллельный перенос.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава Y, §3]: 1. Центральная симметрия. 2. Зеркальная симметрия. 3. Параллельный перенос. *Решение задач* [2]*:* №478, №480, №482, №484, №488. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. - – Москва: Просвещение, 2013 – 255 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025).	1
	Раздел 17 Вероятность и статистика		
	Тема 17.2. Основные элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Глава X, §61-64]: 1. Перестановки. 2. Размещения 3. Сочетания. 4. Треугольник Паскаля. 5. Формула бинома Ньютона. *Решение задач* [2]*:* №1059(2), №1065(2), №1068(2), №1072(2), №1079(2), №1081(2), №1088(2). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная	1

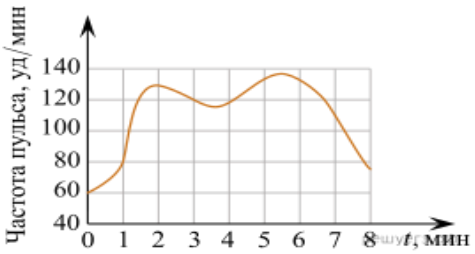
		форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с. 4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.	
	Тема 17.5. Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:* 1. Независимые события. 2. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. 3. Примеры бинарных испытаний в спорте. 4. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. 5. Серия независимых испытаний Бернулли. *Решение задач и упражнений по образцу:* 1. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние два промахнулся. 2. Футболист забивает гол с одиннадцатиметрового штрафного удара с вероятностью 0,8. Нужно найти вероятность того, что в серии из пяти ударов он забьёт: а) ровно 3 гола; б) не менее четырёх голов; в)менее трёх голов. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.	1

<table>
<tr><td></td><td></td><td>1. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с.
2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Тема 17.6. Представление данных с помощью таблиц и диаграмм.</td><td>
Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:
1. Представление спортивных данных с помощью таблиц и диаграмм.
Решение задач:
В таблице показано распределение медалей на зимних Олимпийских играх в Сочи среди стран, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей.
<table>
<tr><th rowspan="2">Место</th><th rowspan="2">Страна</th><th colspan="4">Медали</th></tr>
<tr><th>Золотые</th><th>Серебряные</th><th>Бронзовые</th><th>Всего</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Россия</td><td>13</td><td>11</td><td>9</td><td>33</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Норвегия</td><td>11</td><td>5</td><td>10</td><td>26</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Канада</td><td>10</td><td>10</td><td>5</td><td>25</td></tr>
<tr><td>4</td><td>США</td><td>9</td><td>7</td><td>12</td><td>28</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Нидерланды</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>24</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Германия</td><td>8</td><td>6</td><td>5</td><td>19</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Швейцария</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>11</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Белоруссия</td><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Австрия</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td><td>17</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Франция</td><td>4</td><td>4</td><td>7</td><td>15</td></tr>
</table>
Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у страны, занявшей второе место по числу золотых медалей.
2. В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:
<table>
<tr><th>Команда</th><th>I эстафета, баллы</th><th>II эстафета, баллы</th><th>III эстафета, баллы</th></tr>
<tr><td>«Непобедимые»</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>«Прорыв»</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>«Чемпионы»</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>«Тайфун»</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table>
При подведении итогов для каждой команды баллы по всем эстафетам суммируются. Побеждает команда, набравшая наибольшее количество баллов. Какое итоговое место заняла команда «Чемпионы»?
3. На соревнованиях по прыжкам в воду судьи выставили оценки от 0 до 10 трём спортсменам. Результаты приведены в таблице.
<table>
<tr><th>Номер спортсмена</th><th>k</th><th>Iсудья</th><th>IIсудья</th><th>IIIсудья</th><th>IVсудья</th><th>Vсудья</th><th>VIсудья</th><th>VIIсудья</th></tr>
</table>
</td><td>1</td></tr>
</table>

1	8	7,0	7,7	6,8	8,4	6,2	5,5	6,5
2	7,5	8,4	6,9	5,1	8,3	7,3	7,6	6,7
3	9	5,5	7,2	5,0	7,2	5,2	5,9	7,0

Итоговый балл вычисляется следующим образом: две наибольшие и две наименьшие оценки отбрасываются, а три оставшиеся складываются, и результат умножается на коэффициент сложности *k*. В ответе укажите номера спортсменов, итоговый балл которых больше 165, без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

4. На графике изображена зависимость частоты пульса гимнаста от времени в течение и после его выступления в вольных упражнениях. На горизонтальной оси отмечено время (в минутах), прошедшее с начала выступления гимнаста, на вертикальной оси — частота пульса (в ударах в минуту).



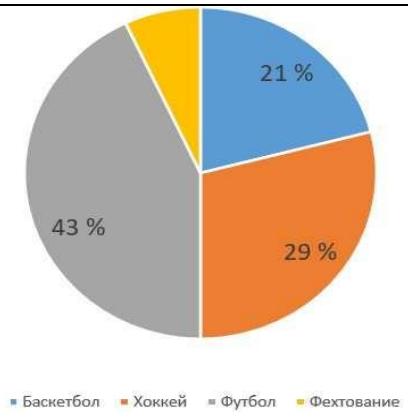
Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику пульса гимнаста на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 0–1 мин Б) 1–2 мин В) 2–3 мин Г) 3–4 мин	1) Частота пульса падала. 2) Наибольший рост частоты пульса. 3) Частота пульса сначала падала, а затем росла. 4) Частота пульса не превышала 100 уд./мин.

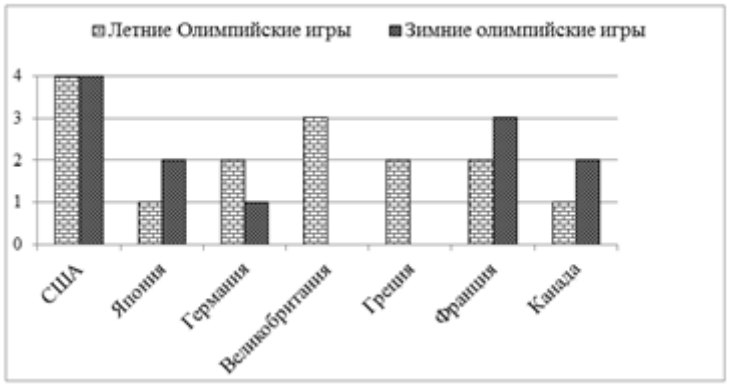
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А Б В Г

5. На диаграмме представлено распределение по секциям учеников спортивной школы. По данным диаграммы определите, сколько всего учеников ходят на футбол, если на фехтование записан 21 ученик.



6.На диаграмме показаны страны проведения Олимпийских игр и количество проведения игр в этих странах



Отношение суммарного количества раз зимних игр к летним равно:

1) 12/15 2) 11/14 3) 11/13 4) 15/11 5) 15/12

Рекомендованные источники литературы

1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.

2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025).

3. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с.

4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и

		математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.	
	Тема 17.7. Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения.	*Работа с лекционным материалом.* *Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.XIII, §71]: 1. Дискретная случайная величина. 2. Закон ее распределения. 3. Диаграмма распределения *Решение ситуационных (профессиональных) задач:* 1. Два баскетболиста по очереди забрасывают мяч в корзину, вероятность попадания для первого — 0,9, для второго — 0,7. Нужно составить закон распределения случайной величины X — числа попаданий, если каждый баскетболист делает по одному броску. Построить многоугольник распределения. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с. 4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.	1
	Тема 17.8. Числовые характеристик и дискретной случайной величины.	*Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля* [2, Гл.XIII, §72-73]: 1. Среднее арифметическое 2. Мода. 3. Медиана. 4. Математическое ожидание. 5. Наибольшее и наименьшее значения, размах.	2

		6. Дисперсия 7. Стандартное отклонение. 8. Коэффициент вариации. 9. Ошибка выборочного среднего. *Решение ситуационных (профессиональных) задач:* 1. У десяти гандболистов измерили силу броска (Н):10,2; 10,3; 11,5; 11,0; 11,5; 11,8; 12,0; 11,5; 10,9; 11,3. Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов. *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с. 4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.	

	Тема 17.9. Понятие о законе больших чисел	*Подготовка к Контрольной работе № 4* на тему: «Тела вращения. Объемы и поверхности тел вращения. Векторы и координаты в пространстве. Вероятность и статистика» (см. Приложение 1). *Рекомендованные источники литературы* 1. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей. 2. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025). 3. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014 – 175 с. – URL: http://my-uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения: 05.06.2025). 4. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В.Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006 – 320с.	1

5.2. Методические рекомендации к различным видам самостоятельной работы

Методические рекомендации для самостоятельного изучения вопросов по теме

В связи с тем, что значительное время при освоении учебной дисциплины отводится на самостоятельную работу, обучающемуся в процессе подготовки к практическим занятиям, а также при самостоятельном изучении первоисточников и специальной аналитической литературы предлагается подумать над контрольными вопросами. Эти вопросы помогают изучить рассматриваемые, а также не рассматриваемые темы на лекции, предлагают подумать и определить собственное отношение к тем или иным аспектам и предложить решение проблемы. Для эффективного закрепления материала обучающемуся предлагается пройти мини самотестирование.

Методические рекомендации для подготовки участия обучающегося в дискуссии по вопросам на практическом занятии

Поскольку часть изучаемых тем носит дискуссионный проблемный характер, обучающимся предлагается принять участие в обсуждении ряда вопросов и высказать свое мнение по обсуждаемым темам. Обучающийся должен быть готов сделать развернутое выступление на практическом занятии по заданным вопросам и ответить на дополнительные вопросы.

Методические рекомендации для самостоятельной работы по решению задач

Осуществляется путем решения задач, предлагаемых преподавателем, и разбора аналогичных примеров, решенных на практических занятиях или рассматриваемых в рекомендованной литературе. Важнейшая часть – анализ полученных результатов.

Методические рекомендации для подготовки к контрольной работе

Примерные варианты контрольных работ представлены в приложении 1. Ознакомление с темами контрольных работ, их количеством, условиями ответов на вопросы контрольных работ, самими вопросами и вариантами ответов на них позволяет создать относительно полное впечатление об особенностях их проведения. При подготовке к контрольной работе по определённой теме рекомендуется повторно проанализировать лекционный материал по теме, повторить особенности методики изучения вопроса, освоенной на практическом занятии, и ознакомиться с содержанием рекомендованных разделов учебных пособий.

Методические рекомендации для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Итоговым контролем по данной дисциплине является: 1 семестр - зачет и 2 семестр - экзамен. Зачетные и экзаменационные билеты формируются на базе приведенного ниже перечня вопросов для зачета и экзамена, а также включают ситуационные задачи. Форма проведения зачета и экзамена – письменный ответ на задания билета.

5.3. Критерии оценки самостоятельной работы обучающегося

Критерии оценки самостоятельного изучения материала

Результаты самостоятельного изучения материала обсуждаются на практических занятиях, оценивание производится по следующим критериям:

оценка «отлично»	По самостоятельно изученным темам/вопросам отвечает полно и правильно; может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры; правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания обучающимся данного материала
оценка «хорошо»	Дает правильные ответы, допускает неточности или недочеты, может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры; правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания обучающимся данного материала
оценка «удовлетворительно»	Отвечает, но допускает ошибки, излагает материал недостаточно логично и последовательно; затрудняется при ответах на вопросы преподавателя; с трудом приводит отдельные примеры из практики

оценка «неудовлетворительно»	Не отвечает или отвечает неправильно, только иногда дает правильные ответы; не приводит примеров из практики

Критерии оценки участия обучающегося в дискуссии по вопросам на лекции и на семинаре

Результаты участия обучающегося в дискуссии на практических занятиях оцениваются по следующим критериям:

оценка «отлично»	Обучающийся четко и ясно формулирует точку зрения в процессе дискуссии, выдвигает обоснованные аргументы в поддержку своей точки зрения, хорошо владеет научной терминологией, имеет знания о сути обсуждаемой проблемы, речь последовательна, непротиворечива, убедительна
оценка «хорошо»	Обучающийся нечетко формулирует точку зрения в процессе дискуссии, выдвигает не всегда обоснованные аргументы в поддержку своей точки зрения, по большей части владеет научной терминологией, понимает суть обсуждаемой проблемы, но затрудняется в детализации; речь не всегда последовательна и убедительна
оценка «удовлетворительно»	Активность обучающегося недостаточна, а степень подготовленности к дискуссии на недостаточно убедительном уровне, но свидетельствует о понимании сути обсуждаемого явления; речь ограничена
оценка «неудовлетворительно»	Обучающийся имеет слабое представление о содержании обсуждаемой темы дискуссии, аргументы носят бездоказательный характер, плохо владеет правилами научной аргументации, допускает серьезные ошибки в использовании информации, аргументы носят несоответствующий обсуждаемой теме характер, нечетко и неясно формулирует точку зрения; речь скупа, неубедительна

Критерии оценки самостоятельного решения задач с представлением преподавателю записей для ознакомления

оценка «отлично»	Письменное задание выполнено правильно, поставленная задача имеет решение без ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). Грамотно и логично интерпретированы результаты вычислений.
оценка «хорошо»	Письменное задание выполнено, имеет место правильное решение задачи без ошибок (возможна одна ошибка), представлен анализ результатов вычислений, но с отдельными замечаниями
оценка «удовлетворительно»	Письменное задание выполнено, имеет место решение поставленной задачи, интерпретация результатов вычисления, но с ошибками
оценка «неудовлетворительно»	Письменное задание не выполнено или выполнено неправильно, поставленная задача имеет неправильное решение или не решена. Неправильно дана интерпретация результатов вычисления.

Критерии оценки подготовки к контрольной работе по теме

При оценке результатов достижения компетенций посредством контрольной работы в виде тестовых заданий, позволяющих измерить уровень знаний и умений обучающихся, применяется коэффициент освоения.

Коэффициент освоения (К) определяется по формуле:

К= А : Р, где: К – коэффициент освоения, А – число правильных ответов,

Р – общее число вопросов в тестовом задании. Критерии оценки:

Оценка	Коэффициент освоения (К)	Коэффициент освоения (К), %
оценка «отлично»	0,9 – 1	90 – 100
оценка «хорошо»	0,75 – 0,89	75 - 89
оценка «удовлетворительно»	0,60 – 0,74	60 - 74
оценка «неудовлетворительно»	< 0,6	менее 60

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

6.1. Методические материалы для оценки предметных результатов

Перечень вопросов для промежуточной аттестации (зачёт)

1. Множества рациональных и действительных чисел.
2. Абсолютная и относительная погрешность. Проценты. Применение расчетов в физической культуре и спорте.
3. Основные методы решения рациональных уравнений.
4. Основные методы решения рациональных неравенств.
5. Арифметический корень натуральной степени и его свойства.
6. Степень с рациональным и действительным показателями.
7. Степенная функция, ее свойства и график.
8. Взаимно обратные функции. Применение степенной функции в спорте.
9. Иррациональные уравнения.
10. Иррациональные неравенства.
11. Показательная функция, её свойства и график. Применение показательной функции в спорте.
12. Показательные уравнения.
13. Показательные неравенства.
14. Системы показательных уравнений и неравенств.
15. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Применение логарифмов в спорте.
16. Логарифмическая функция, её свойства и график. Применение логарифмической функции в спорте.
17. Логарифмические уравнения.
18. Логарифмические неравенства.
19. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента.
20. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Четность, нечетность тригонометрических функций.
21. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла. Тригонометрические функции в спорте.
22. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.
23. Основные тригонометрические формулы.
24. Решение тригонометрических уравнений.

25. Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Применение стереометрии в физической культуре и спорте.
26. Параллельность прямых.
27. Параллельность прямой и плоскости.
28. Три случая взаимного расположения прямых в пространстве.
29. Угол между прямыми в пространстве. Практическое применение параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых в спорте.
30. Параллельность плоскостей. Плоскости движения в контексте физических упражнений.
31. Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.
32. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о прямой, перпендикулярной плоскости.
33. Расстояние от точки до плоскости.
34. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.
35. Двугранный угол.
36. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
37. Понятие многогранника. Применение многогранников в спорте.
38. Правильный многогранник.
39. Тетраэдр. Сечение тетраэдра.
40. Параллелепипед. Сечение параллелепипеда.
41. Прямоугольный параллелепипед. Куб.
42. Площадь поверхности многогранника и объем многогранника.
43. Призма. Площадь поверхности и объем призмы.
44. Пирамида. Площадь поверхности и объем пирамиды.
45. Усеченная пирамида. Площадь поверхности и объем усеченной пирамиды.
46. Симметрия в пространстве.
47. Элементы симметрии правильных многогранников.
48. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.

Перечень заданий для промежуточной аттестации (зачёт)

Практическое задание №1

Найдите значение выражения: $(5\frac{1}{3}-2):\frac{5}{21}$

Практическое задание №2

На спортивные соревнования прибыло 80 участников, среди которых 32 мастеров спорта и 40 кандидатов в мастера спорта.
a) Какую часть от общего числа участников составляют кандидаты в мастера спорта?
b)Сколько процентов участников являются мастерами спорта?
c) Во сколько раз кандидатов в мастера спорта больше, чем мастеров спорта?

Практическое задание №3

Решите уравнение: $\frac{2x^2+7x+3}{x^2-9}=1$

Практическое задание №4

Решите неравенство: $\frac{3x^2-2x-1}{5x+1}\le 0$

Практическое задание №5

Вычислите: $\sqrt[5]{32} : \sqrt[3]{\frac{64}{27}}$

Практическое задание №6

Вычислите: $2^{-3} \cdot 64^{\frac{1}{2}} - 64^{\frac{1}{3}} : 2^{-4}$

Практическое задание №7

Изобразите график функции, укажите ее область определения и множество значений: $y=x^{1/2}$.

Практическое задание №8

Найдите область определения и множество значений функции, обратной к данной: *y=2x-5.*

Практическое задание №9

Найдите корень уравнения: $\sqrt{15-2x}=3$.

Практическое задание №10

Решите неравенство: $\sqrt{x-2}<5$.

Практическое задание №11

Постройте график функции, укажите ее область определения и множество значений: $y=2^x$.

Практическое задание №12

Найдите корень уравнения: $2^{4-2x} = 64$.

Практическое задание №13

Решите неравенство: $4^{2x-5} < \frac{1}{64}$.

Практическое задание №14

Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2^{x-3y}=16 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

Практическое задание №15

Вычислите: $\log_2 12 - \log_2 15 + \log_2 20 + \lg 100$.

Практическое задание №16

Изобразите график функции $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. Какие из точек $A(\frac{1}{25};-2)$, $B(\frac{1}{5};1)$, $C(5;-1)$ принадлежат графику функции?

Практическое задание №17

Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(x+3)=-1$.

Практическое задание №18

Решите неравенство: $\log_2 (x-2) > 1$.

Практическое задание №19

Вычислите: $4\sin\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

Практическое задание №20

Найдите значение выражения: $-4\sqrt{3}\cos(-750^{o})+2\sqrt{3}\,tg(-300^{o})-18\sqrt{2}\sin(-135^{o})$.

Практическое задание №21

Найдите $tg\alpha$ если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in (1{,}5\pi; 2\pi)$.

Практическое задание №22

Вычислите: $\arccos(-1) + \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\,arctg(-1)$.

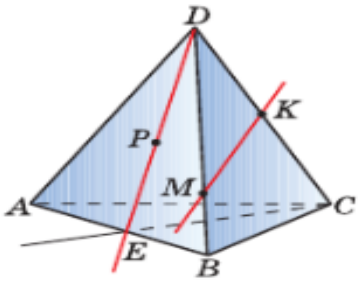
Практическое задание №23

Найдите значение выражения: $\frac{5\sin 98^{\circ}}{\sin 49^{\circ}\cdot\sin 41^{\circ}}$.

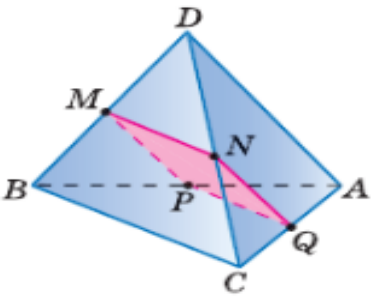
Практическое задание №24

Решите уравнение: $\cos(2x-\frac{\pi}{4}) = 0$.

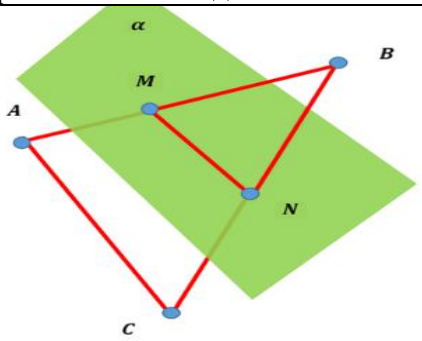
Практическое задание №25

	Назовите: а) плоскости, в которых лежат прямые PE, MK, DB, AB,EC; б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC, прямой CE с плоскостью ADB; в) точки, лежащие в плоскостях ADB и DBC; г) прямые, по которым пересекаются плоскости ABC и DCB, ABD и CDA, PDC и ABC.

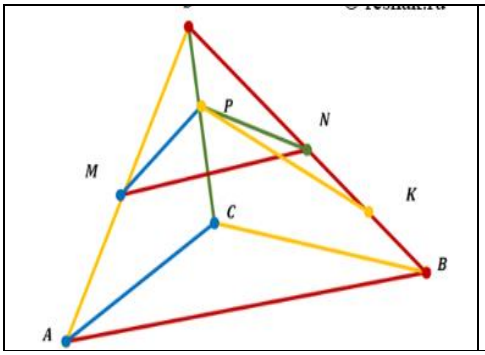
Практическое задание №26

	В тетраэдре ABCD точки M, N, Q и P — середины отрезков DB, DC, AC и AB. Найдите периметр четырёхугольника MNQP, если AD = 12 см, BC = 14 см.

Практическое задание №27

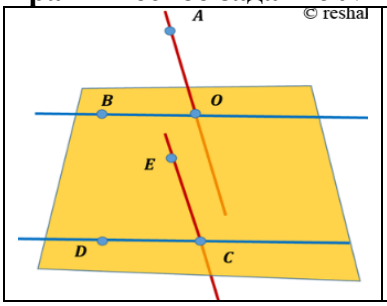
	Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости α, а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.

Практическое задание №28



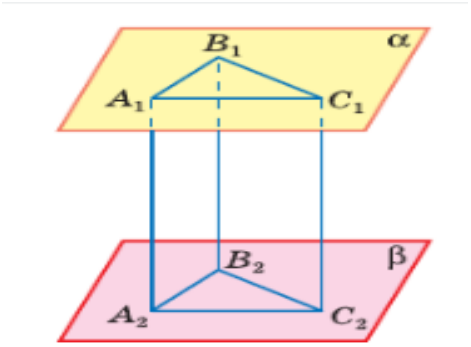
Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC, точки M, N и P — середины отрезков DA, DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN. Выясните взаимное расположение прямых: а) ND и AB; б) PK и BC; в) MN и AB; г) MP и AC;
д) KN и AC; е) MD и BC.

Практическое задание №29



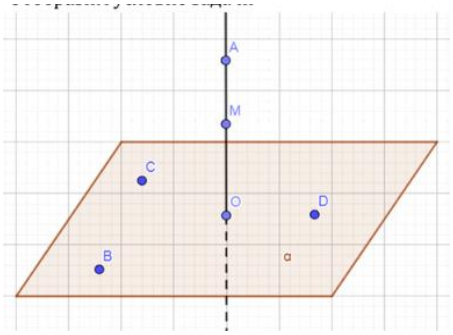
Прямые OB и CD параллельные, а OA и CD — скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми OA и CD, если:
а) ∠AOB = 40°;
б) ∠AOB = 135°;
в) ∠AOB = 90°.

Практическое задание №30

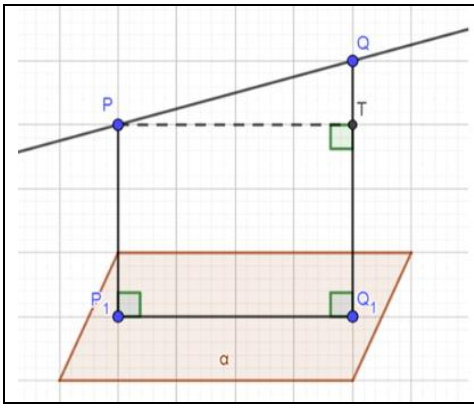


Параллельные отрезки A_1A_2, B_1B_2 и C_1C_2 заключены между параллельными плоскостями α и β.
а) Определите вид четырёхугольников $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$ и $A_1C_1C_2A_2$.
б) Докажите, что $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$.

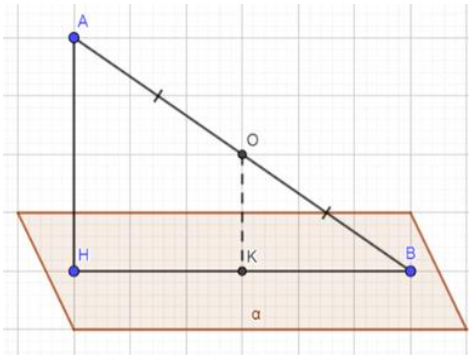
Практическое задание №31

	Точки A, M и O лежат на прямой, перпендикулярной к плоскости α, а точки O, B, C и D лежат в плоскости α. Найдите прямые углы.

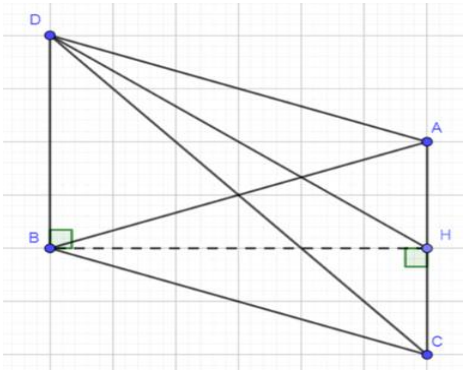
Практическое задание №32

	Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках P_1и Q_1. Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 см, PP_1 = 21,5 см, QQ_1 = 33,5 см.

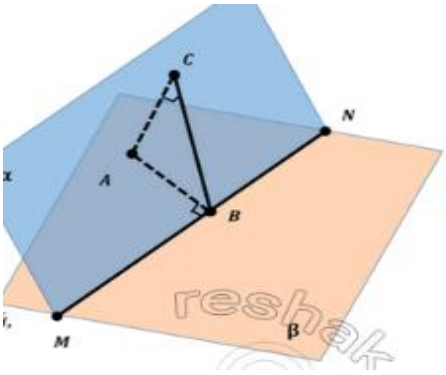
Практическое задание №33

	Один конец данного отрезка лежит в плоскости α, а другой находится от неё на расстоянии 6 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости α.

Практическое задание №34

	Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD = 9 см, AC = 10 см, BC = BA = 13 см. Найдите расстояние от точки D до прямой AC.

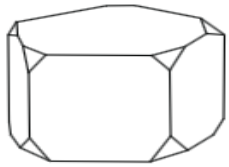
Практическое задание №35

	Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведён перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведён перпендикуляр AC к плоскости α. Докажите, что ∠ABC — линейный угол двугранного угла AMNC.

Практическое задание №36

Прямая *a* не перпендикулярна к плоскости α. Докажите, что существует плоскость, проходящая через прямую *a* и перпендикулярная к плоскости α.

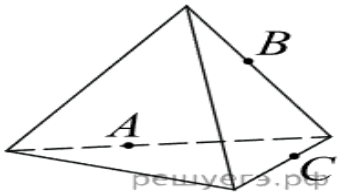
Практическое задание №37

	От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

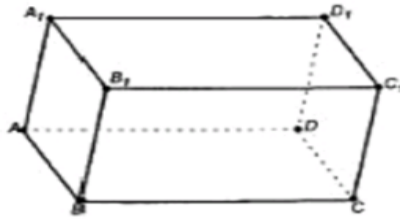
Практическое задание №38

Ящик, имеющий форму куба с ребром 10 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Практическое задание №39

	Плоскость, проходящая через точки *A, B* и *C* (см. рис.), разбивает тетраэдр на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с бóльшим числом вершин?

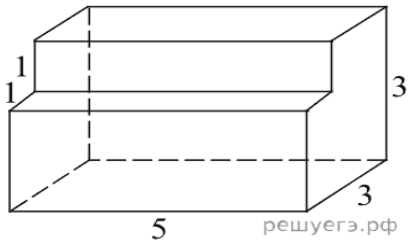
Практическое задание №40

	Сумма всех рёбер параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 120 см. Найдите каждое ребро параллелепипеда, если $\frac{AB}{BC}=\frac{4}{5}$, $\frac{BC}{BB_1}=\frac{5}{6}$.

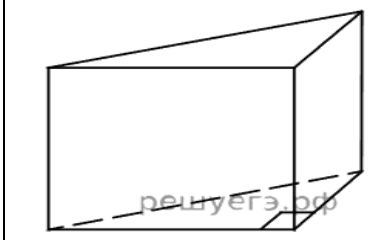
Практическое задание №41

Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 8, 9, 12.

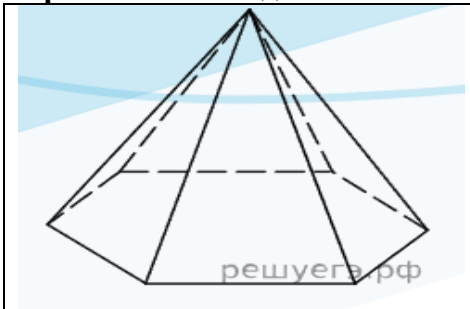
Практическое задание №42

	Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

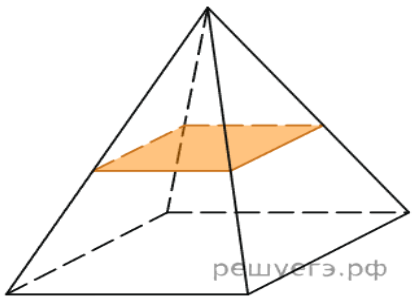
Практическое задание №43

	В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 2, а гипотенуза равна $\sqrt{53}$. Найдите объём призмы, если её высота равна 3.

Практическое задание №44

	Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

Практическое задание №45

	В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 1. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

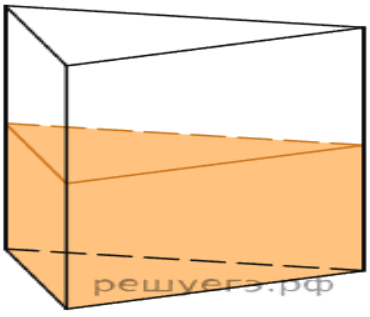
Практическое задание №46

Сколько центров симметрии имеет: а) параллелепипед; б) правильная треугольная призма; в) двугранный угол; г) отрезок?

Практическое задание №47

Сколько осей симметрии имеет: а) отрезок; б) правильный треугольник; в) куб?

Практическое задание №48

	В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Абсолютная и относительная погрешность. Проценты. Применение расчетов в физической культуре и спорте.
2. Основные методы решения рациональных уравнений и неравенств.
3. Определение корня n-ой степени и его свойств. Преобразование иррациональных выражений.
4. Степень с рациональным и действительным показателем.
5. Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Применение степенной функции в спорте.
6. Иррациональные уравнения и неравенства.
7. Показательная функция, ее свойства Построение графика показательной функции. Применение показательной функции в спорте.
8. Показательные уравнения, неравенства. Решение различных видов показательных уравнений, неравенств, систем.
9. Определение логарифма, десятичного и натурального логарифма. Запись основного логарифмического тождества. Свойства логарифмов. Применение логарифмов в спорте.
10. Логарифмическая функция, ее свойства. Построение графиков логарифмических функций. Применение логарифмической функции в спорте.
11. Логарифмические уравнения. Системы логарифмических уравнений.
12. Логарифмические неравенства. Алгоритм решения логарифмических неравенств.
13. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента.
14. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Четность, нечетность тригонометрических функций.
15. Основные тригонометрические формулы. Тригонометрические функции в спорте.
16. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.
17. Решение тригонометрических уравнений.
18. Тригонометрические функции, их свойства и графики.
19. Производная. Физический и геометрический смыслы производной.
20. Правила дифференцирования функций. Применение в физической культуре и спорте.
21. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы.
22. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.
23. Первообразная, основное свойство первообразных. Правила нахождения первообразных. Применение первообразной в спорте.
24. Неопределенный интеграл и его свойства.
25. Определённый интеграл и его геометрический смысл.
26. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур.
27. Векторы в пространстве. Основные понятия и определения. Применение векторов в физической культуре и спорте
28. Метод координат в пространстве. Простейшие задачи в координатах.
29. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.
30. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Применение стереометрии в физической культуре и спорте.
31. Параллельность прямых, прямой и плоскости.
32. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.
33. Параллельность плоскостей.
34. Перпендикулярность прямых и плоскостей.
35. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.
36. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.
37. Многогранники. Правильный многогранник. Применение многогранников в спорте.
38. Призма. Площадь поверхности и объем призмы.

39. Параллелепипед. Площадь поверхности и объем параллелепипеда.
40. Пирамида. Площадь поверхности и объем пирамиды.
41. Цилиндр. Площадь поверхности и объем цилиндра. Применение цилиндра в физической культуре и спорте.
42. Конус. Площадь поверхности и объем конуса. Применение конуса в физической культуре и спорте.
43. Сфера, шар. Площадь поверхности и объем шара. Применение шара в спорте.
44. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.
45. Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
46. Основные элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
47. Событие, вероятность события. Свойства вероятности. Применение теории вероятности в спорте.
48. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности.
49. Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Применение схемы Бернулли в спорте.
50. Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения.
51. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
52. Меры центральной тенденции, меры изменчивости, оценка разброса для несгруппированных данных.

Перечень заданий для промежуточной аттестации (экзамен)

Практическое задание №1

На спортивные соревнования прибыло 80 участников, среди которых 32 мастеров спорта и 40 кандидатов в мастера спорта.
a) Какую часть от общего числа участников составляют кандидаты в мастера спорта?
b)Сколько процентов участников являются мастерами спорта?
c) Во сколько раз кандидатов в мастера спорта больше, чем мастеров спорта?

Практическое задание №2

Решите уравнение: $\frac{2x^2+7x+3}{x^2-9}=1$

Практическое задание №3

Вычислите: $\sqrt[5]{32}:\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$

Практическое задание №4

Вычислите: $2^{-3}\cdot 64^{\frac{1}{2}}-64^{\frac{1}{3}}:2^{-4}$

Практическое задание №5

Изобразите график функции, укажите ее область определения и множество значений: $y=x^{1/2}$.

Практическое задание №6

Решите неравенство: $\sqrt{x-2}<5$.

Практическое задание №7

Постройте график функции, укажите ее область определения и множество значений: $y=2^x$.

Практическое задание №8

Найдите корень уравнения: $2^{4-2x} = 64$.

Практическое задание №9

Вычислите: $\log_2 12 - \log_2 15 + \log_2 20 + \lg 100$.

Практическое задание №10

Изобразите график функции $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. Какие из точек $A(\frac{1}{25};-2)$, $B(\frac{1}{5};1)$, $C(5;-1)$ принадлежат графику функции?

Практическое задание №11

Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) = -1$.

Практическое задание №12

Решите неравенство: $\log_2 (x-2) > 1$.

Практическое задание №13

Вычислите: $4\sin\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

Практическое задание №14

Найдите значение выражения: $-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ) + 2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ) - 18\sqrt{2}\sin(-135^\circ)$.

Практическое задание №15

Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in (0; 90^\circ)$.

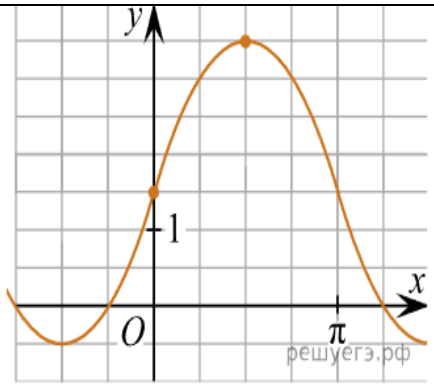
Практическое задание №16

Вычислите: $\arccos(-1) + \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\operatorname{arctg}(-1)$.

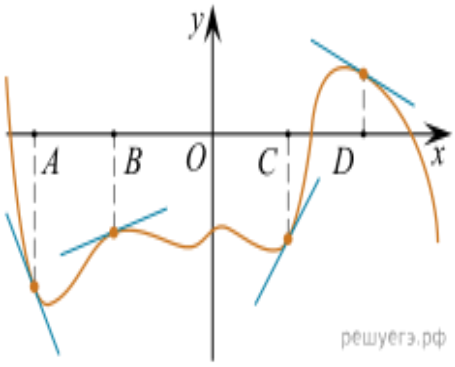
Практическое задание №17

Решите уравнение: $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$.

Практическое задание №18

	На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите a.

Практическое задание №19



На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) *A*	1) −0,5
Б) *B*	2) −2
В) *C*	3) 1,5
Г) D	4) 0,3

А	*Б*	*В*	*Г*

Практическое задание №20

Найдите производную функции $y = x \cdot \sin x$.

Практическое задание №21

Найдите промежутки возрастания и убывания функции, точки максимума и минимума фунции: $y = x^3+5x^2+7x-5$.

Практическое задание №22

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3-x^2-40x+3$ на отрезке [0; 4].

Практическое задание №23

Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = x^{10} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x$

Практическое задание №24

Найдите неопределённый интеграл: $\int (4x^3 + 3x^2 - 2x + 4 - \frac{2}{x})dx$

Практическое задание №25

Вычислите определенный интеграл: $\int_{-2}^{1} (x^2 - x)dx$

Практическое задание №26

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$

Практическое задание №27

Найдите значения x и y при которых векторы $\bar{a}(x; 2; 6)$ и $\bar{b}(-1; y; -3)$ коллинеарны.

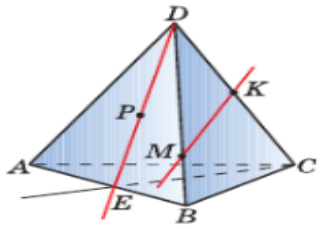
Практическое задание №28

Даны векторы $\vec{a}$ =(1;2), $\vec{b}$ =(-3; 6) и $\vec{c}$ = (4;-2). Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Практическое задание №29

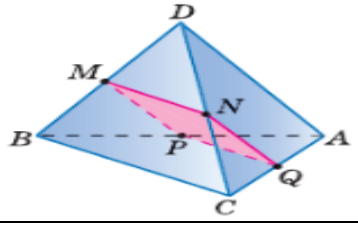
Даны векторы $\vec{a}$ = (3;4) и $\vec{b}$ =(-4; -3) Найдите косинус угла между ними.

Практическое задание №30



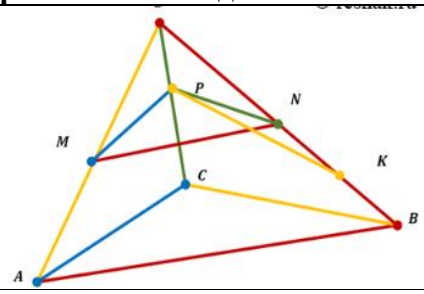
Назовите: а) плоскости, в которых лежат прямые PE, MK, DB, AB,EC;
б) точки пересечения прямой DK с плоскостью ABC, прямой CE с плоскостью ADB;
в) точки, лежащие в плоскостях ADB и DBC;
г) прямые, по которым пересекаются плоскости ABC и DCB, ABD и CDA, PDC и ABC.

Практическое задание №31



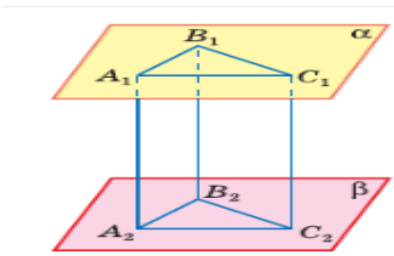
В тетраэдре ABCD точки M, N, Q и P — середины отрезков DB, DC, AC и AB. Найдите периметр четырёхугольника MNQP, если AD = 12 см, BC = 14 см.

Практическое задание №32



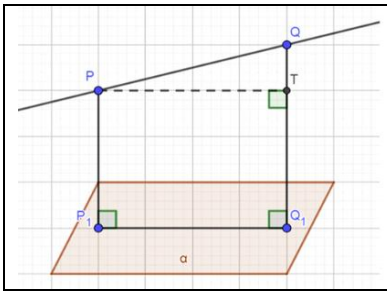
Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC, точки M, N и P — середины отрезков DA, DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN. Выясните взаимное расположение прямых: а) ND и AB; б) PK и BC; в) MN и AB; г) MP и AC;
д) KN и AC; е) MD и BC.

Практическое задание №33



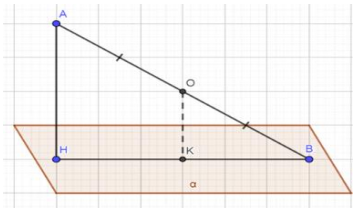
Параллельные отрезки A_1A_2, B_1B_2 и C_1C_2 заключены между параллельными плоскостями α и β.
а) Определите вид четырёхугольников $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$ и $A_1C_1C_2A_2$.
б) Докажите, что $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$.

Практическое задание №34

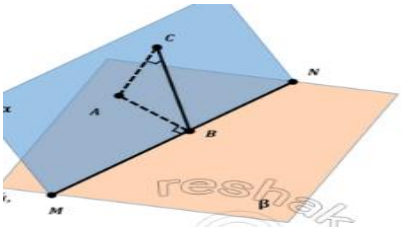


Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие её соответственно в точках P_1и Q_1.
Найдите P_1Q_1, если PQ = 15 см, PP_1 = 21,5 см, QQ_1 = 33,5 см.

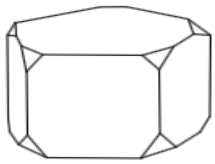
Практическое задание №35

	Один конец данного отрезка лежит в плоскости α, а другой находится от неё на расстоянии 6 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости α.

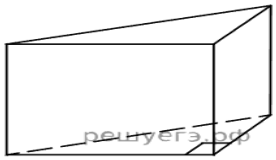
Практическое задание №36

	Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведён перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведён перпендикуляр AC к плоскости α. Докажите, что ∠ABC — линейный угол двугранного угла AMNC.

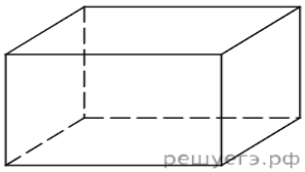
Практическое задание №37

	От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

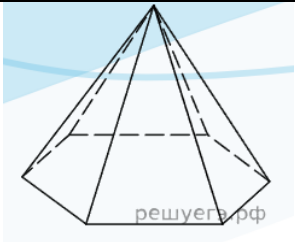
Практическое задание №38

	В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 2, а гипотенуза равна $\sqrt{53}$. Найдите объём призмы, если её высота равна 3.

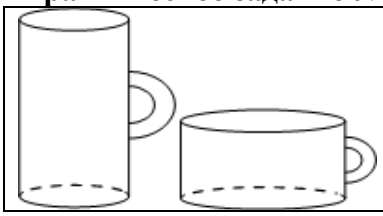
Практическое задание №39

	Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1 и 2. Объем параллелепипеда равен 6. Найдите площадь его поверхности.

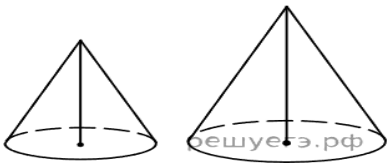
Практическое задание №40

	Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

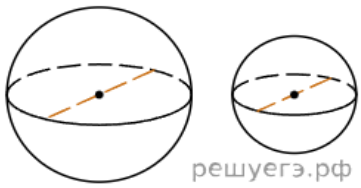
Практическое задание №41

	Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка вдвое выше второй, а вторая в четыре раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?

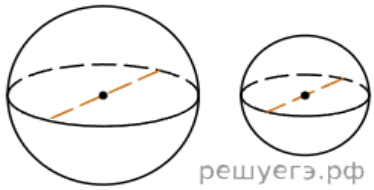
Практическое задание №42

	Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны, соответственно, 2 и 4, а второго — 6 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

Практическое задание №43

	Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 162 грамма. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 2 см? Ответ дайте в граммах.

Практическое задание №44

	Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?

Практическое задание №45

В группе 30 студентов, среди них 12 человек занимаются теннисом, а 5 человек занимаются и теннисом, и гольфом, при этом 14 человек не занимаются ни одним из этих видов спорта. Сколько человек занимаются гольфом, если известно, что студенты группы не занимаются никакими видами спорта, кроме тенниса и гольфа?

Практическое задание №46

Сколькими способами можно составить команду по бегу из четырех человек, если имеются 7 бегунов**?**

Практическое задание №47

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Практическое задание №48

В сборной 20 бегунов, 6 пловцов и 4 стрелка. Вероятность пройти квалификацию для бегунов равна 0,9, для пловцов — 0,8, для стрелков — 0,75. С какой вероятностью наудачу выбранный спортсмен не пройдёт квалификацию?

Практическое задание №49

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного стрелка 0,7 и не зависит от номера выстрела. Найти вероятность того, что при 5 выстрелах произойдет ровно два попадания в мишень.

Практическое задание №50

Дискретная случайная величина X имеет распределение вероятностей, заданное таблицей:

X	5	7	10	15
P	0,2	0,1	0,4	*a*

1) найти число *a* ;
2) построить многоугольник распределения;
3) найти функцию распределения F(x) и построить ее график;

Практическое задание №51

Дискретная случайная величина X задана законом распределения

X	1	3	5
P	0,2	0,3	0,5

Найти: M(X), D(X), σ(X).

Практическое задание №52

В качестве оценки силовой подготовки семи учащихся 5 класса произведен тест на количество подтягиваний на перекладине. Данные теста следующие: 10, 9, 9, 8, 10, 9, 8. Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки.

6.2. Паспорт оценочных средств промежуточной аттестации

№ п\п	Тема или раздел	Код контролируемых компетенций	Номер Зачётного/экзаменационного вопроса для контроля знаний		Номер зачетного/ экзаменационного вопроса /практического задания для контроля знаний и умений	
			зачет	экзамен	зачет	экзамен
1.	Тема 1.1. Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства**.** Проценты.	ОК 01 ОК 02	1-4	1-2	1-4	1-2
2.	Тема 1.2. Арифметический корень n–ой степени.	ОК 01 ОК 02	5	3	5	3
3.	Тема 1.3. Степень с рациональным и действительным показателями.	ОК 01 ОК 02	6	4	6	4
4.	Тема 2.1. Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции.	ОК 01 ОК 02	7-8	5	7-8	5
5.	Тема 2.2. Иррациональные уравнения и неравенства.	ОК 01 ОК 02	9-10	6	9-10	6
6.	Тема 3.1. Показательная функция, её свойства и график.	ОК 01 ОК 02	11	7	11	7
7.	Тема 3.2. Показательные уравнения и неравенства.	ОК 01 ОК 02	12-13	8	12-13	8
8.	Тема 3.3. Системы показательных уравнений и неравенств.	ОК 01 ОК 02	14	8	14	8
9.	Тема 4.1. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.	ОК 01 ОК 02	15	9	15	9
10.	Тема 4.2. Логарифмическая функция, её свойства и график.	ОК 01 ОК 02	16	10	16	10
11.	Тема 4.3. Логарифмические уравнения и неравенства.	ОК 01 ОК 02	17-18	11-12	17-18	11-12
12.	Тема 5.1. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента.	ОК 01 ОК 02	19-21	13-14	19-21	13-14

	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.					
13.	Тема 5.2. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.	ОК 01 ОК 02	22	16	22	16
14.	Тема 5.3. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений.	ОК 01 ОК 02	23	15	23	15
15.	Тема 5.4. Решение тригонометрических уравнений.	ОК 01 ОК 02	24	17	24	17
16.	Тема 6.1. Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия.	ОК 01 ОК 02	25	30	25	30
17.	Тема 7.1. Параллельность прямых, прямой и плоскости.	ОК 01 ОК 02	26-27	31	26-27	31
18.	Тема 7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми.	ОК 01 ОК 02	28-29	32	28-29	32
19.	Тема 7.3. Параллельность плоскостей.	ОК 01 ОК 02	30	33	30	33
20.	Тема 8.1. Перпендикулярность прямых и плоскостей.	ОК 01 ОК 02	31-32	34	31-32	34
21.	Тема 8.2. Перпендикуляр и наклонные. Углы между прямой и плоскостью.	ОК 01 ОК 02	33-34	35	33-34	35
22.	Тема 8.3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.	ОК 01 ОК 02	35-36, 41	36	35-36, 41	36
23.	Тема 9.1. Понятие многогранника.	ОК 01 ОК 02	37	37	37	37
24.	Тема 9.2. Призма: n-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность	ОК 01 ОК 02	43	38	43	38

	призмы.					
25.	Тема 9.3. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида.	ОК 01 ОК 02	44-45	40	44-45	40
26.	Тема 9.4. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб.	ОК 01 ОК 02	38-42	37	38-42	37
27.	Тема 10.1. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой призмы.	ОК 01 ОК 02	42-43	38-39	42-43	38-39
28.	Тема 10.2. Объем наклонной призмы. Объем пирамиды.	ОК 01 ОК 02	43-44	40	43-44	40
29.	Тема 10.3. Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел. Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников.	ОК 01 ОК 02	46-48	44	46-48	44
30.	Тема 11.1. Тригонометрические функции, их свойства и графики.	ОК 01 ОК 02	-	18	-	18
31.	Тема 12.1. Производная функции.	ОК 01 ОК 02	-	19	-	19
32.	Тема 12.2. Правила дифференцирования.	ОК 01 ОК 02	-	20	-	20
33.	Тема 12.3. Производные элементарных функций.	ОК 01 ОК 02	-	19-20	-	19-20
34.	Тема 12.4. Геометрический и физический смысл производной.	ОК 01 ОК 02	-	19	-	19
35.	Тема 12.5. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы.	ОК 01 ОК 02	-	21	-	21

36.	Тема 12.6. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.	ОК 01 ОК 02	-	22	-	22
37.	Тема 13.1. Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.	ОК 01 ОК 02	-	23	-	23
38.	Тема 13.2 Неопределенный интеграл и его свойства.	ОК 01 ОК 02	-	24	-	24
39.	Тема 13.3. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.	ОК 01 ОК 02	-	25	-	25
40.	Тема 13.4. Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур.	ОК 01 ОК 02	-	26	-	26
41.	14.1. Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра.	ОК 01 ОК 02	-	41	-	41
42.	Тема 14.2. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус.	ОК 01 ОК 02	-	42	-	42
43.	Тема 14.3. Сфера и шар. Уравнение сферы. Уравнение плоскости. Взаимное расположение сферы и плоскости.	ОК 01 ОК 02	-	43	-	43
44.	Тема 14.4. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.	ОК 01 ОК 02	-	43	-	43
45.	Тема 15.1. Объем цилиндра.	ОК 01 ОК 02	-	41	-	41
46.	Тема 15.2. Объем конуса.	ОК 01 ОК 02	-	42	-	42
47.	Тема 15.3. Объем шара. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	ОК 01 ОК 02	-	43	-	43
48.	Тема 15.4. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел вращения.	ОК 01 ОК 02	-	44	-	44
49.	Тема 16.1. Вектор на плоскости и в пространстве. Равенство векторов.	ОК 01 ОК 02	-	27	-	27

50.	Тема 16.2. Сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число.	ОК 01 ОК 02	-	27-28	-	27-28
51.	Тема 16.3. Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.	ОК 01 ОК 02	-	27-28	-	27-28
52.	Тема 16.4. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах.	ОК 01 ОК 02	-	28	-	28
53.	Тема 16.5. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	ОК 01 ОК 02	-	29	-	29
54.	Тема 17.1. Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.	ОК 01 ОК 02	-	45	-	45
55.	Тема 17.2. Основные элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Треугольник Паскаля. Формула бинома ньютона.	ОК 01 ОК 02	-	46	-	46
56.	Тема 17.3. Основные понятия теории вероятностей. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей.	ОК 01 ОК 02	-	47	-	47
57.	Тема 17.4. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности.	ОК 01 ОК 02	-	48	-	48
58.	Тема 17.5. Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	ОК 01 ОК 02	-	49	-	49
59.	Тема 17.7. Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения.	ОК 01 ОК 02	-	50	-	50

60.	Тема 17.8. Числовые характеристики дискретной случайной величины.	ОК 01 ОК 02	-	51-52	-	51-52

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания предметных результатов при проведении промежуточной аттестации

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования предметных результатов, подробно описаны в Положении о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта» (принято решением учёного совета ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» 24 апереля 2025 года, протокол № 09, введено в действие приказом ректора ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» № 78 от 24 апреля 2025 года).

Критерии оценивания ответа обучающегося на экзамене

оценка «отлично»	Обучающийся обнаруживает всесторонние осознанные систематические знания учебного материала и умение ими самостоятельно пользоваться; материал излагает грамотным языком с использованием соответствующей системы понятий и терминов; проявляет творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании знаний; понимает взаимосвязь основных понятий учебного предмета в их значении для приобретаемой профессии; владеет на высоком уровне навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач
оценка «хорошо»	Обучающийся обнаруживает полные знания учебного материала; освоил основные термины, понятия, закономерности, но при этом допускает отдельные неточности в формулировке понятий и/или интерпретации примеров из образовательной практики, которые он исправляет самостоятельно при указании преподавателя на неточности; владеет на хорошем уровне навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач
оценка «удовлетворительно»	Обучающийся обнаруживает знание большей части основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшего обучения и предстоящей работы по профессии, но допускает неточности при ответе и/или интерпретации примеров из образовательной практики, которые исправляет после пояснений, данных преподавателем. При изложении материала встречаются терминологические некорректности. Владеет на слабом уровне навыками применения полученных знаний

	и умений при решении профессиональных задач
оценка «неудовлетворительно»	Обучающийся имеет существенные пробелы в теоретических знаниях, допускает принципиальные ошибки при выполнении заданий, не способен решать профессиональные задачи

Критерии оценивания ответа обучающегося на зачёте

«зачтено»	Обучающийся обнаруживает знание большей части основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшего обучения и предстоящей работы по профессии, возможны некоторые неточности при ответе и/или интерпретации примеров из образовательной практики, которые обучающийся исправляет после пояснений, данных преподавателем; владеет навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач
«не зачтено»	Обучающийся имеет существенные пробелы в теоретических знаниях содержания учебного предмета, допускает принципиальные ошибки при выполнении заданий, не способен решать профессиональные задачи

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

7.1. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

7.1.1. Рекомендуемая литература (основная)

2. Башмаков, М.И. Математика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования. Электронная форма учебника /М.И. Башмаков. - 2-е изд. – Москва: Академия, 2026 – URL: https://academia-moscow.ru/ (дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир.пользователей.

3. Максимова, О.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов средних специальных учебных заведений / О.В. Максимова. – Москва: Дашков и К, 2006. – 320 с.

4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: ИД Юрайт; Юрайт, 2012 – 479 с.: ил.

7.1.2. Рекомендуемая литература (дополнительная)

1. Аматова, Г.М. Математика: упражнения и задачи: учебное пособие для студентов педагогических вузов и колледжей / Г.М. Аматова, М.А. Аматов.– Москва: Академия, 2008. – 332 с.

2. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для студентов педагогических вузов и учреждений среднего профессионального образования / И.И. Баврин. – 5-е изд., стер. – Москва: Академия, 2005. – 616 с.

3. Дадаян, А.А. Сборник задач по математике: учебное пособие для студентов среднего профессионального образования / А.А. Дадаян. – Москва: ФОРУМ; ИНФРА-М, 2005. – 352 с.

4. Землянко, А.В. Математика. Алгебра и начала анализа: рабочая тетрадь / А.В. Землянко. – Воронеж, 2021. – 107 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

5. Землянко, А.В. Сборник задач по математике / А.В. Землянко. – Воронеж: ВГАС, 2023. – 22 с. // Электронная библиотека вузов ФК. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

4. Садовничий, Ю.В. Математика. Тесты для старшеклассников и абитуриентов: учебное пособие / Ю.В. Садовничий, О.Д. Фролкина. – Москва: УНЦ ДО; ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 208с.

5. Филимонова, Е.В. Математика и информатика: учебник / Е.В. Филимонова.– 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Дашков и К, 2010. – 480 с.

6. Шкроба, С.П. Векторно-координатная геометрия относительно треугольника / С.П. Шкроба. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 396 с.

7.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет»

1.Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина: сайт. – URL: http://www.mathnet.spb.ru (дата обращения 31.08.2025).

2.Математика в Открытом колледже: сайт. - URL: http://www.mathematics.ru (дата обращения 31.08.2025).

3.Математика: ЕГЭ и ГИА по математике: подготовка к тестированию // UZTEST.RU: сайт. - URL: http://www.uztest.ru (дата обращения 31.08.2025).

4.Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) // MathTEST.ru: сайт. - URL: http://www.mathtest.ru (дата обращения 31.08.2025).

7.3. Программное обеспечение

1. 1С Предприятие 8
2. Microsoft Office 2007
3. Microsoft Windows XP
4. Microsoft Windows 7
5. «Личный кабинет обучающегося» на вэб-ресурсе собственной разработки

7.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

7.4.1. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в локальной сети

1. Электронная библиотека Национального государственного университета им. Лесгафта (Санкт-Петербург). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

2. Электронная библиотека Московской государственной академии физической культуры (Малаховка). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

3. Электронная библиотека Сибирского университета физической культуры (Омск). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

4. Электронная библиотека Воронежской государственной академии спорта. – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору.

7.4.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в сети «Интернет» (заключены договора с ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»)

1. РУКОНТ: национальный цифровой ресурс: межотраслевая электронная библиотека: сайт / Консорциум «КОНТЕКСТУМ». – Москва, 2010 –URL: http://lib.rucont.ru/search (дата обращения: 01.09.2025). – Режим доступа: для авторизов.пользователей.

2. Академия: сайт / Издательство Академия. – URL:https://academia-moscow.ru/(дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

3. Просвещение: сайт /АО Издательство «Просвещение». - URL:https://prosv.ru/(дата обращения: 22.10.2026). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей.

7.4.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы сети «Интернет» свободного доступа

1. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 22-е издание. – Москва: Просвещение, 2013. – 255 с. – URL: http://my uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000003.htm (дата обращения: 05.06.2025).

2. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / А.В. Погорелов. – 13-е издание. – Москва: Просвещение, 2014. – 175 с. – URL: http://my uchebnik.ru/book/geometry/1/geometry-00000012.htm (дата обращения:05.06.2025).

3. Алимов Ш. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11класс. Базовый и углублённый уровни. Электронная форма учебника: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др.— Москва: Просвещение, 2016. — URL: https://so.11klasov.net/3072-algebra-i-nachala-matematicheskogo-analiza-10-11-klassy-bazovyy-i-uglublennyy-urovni-alimov-ash-kolyagin-yum-i-dr.html (дата обращения: 05.06.2025).

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
Лекционная аудитория с мебелью № 217 учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	132 посадочных мест, доска информационная пластиковая, экран 3000×2600, проектор мультимедийный BenQ sp 831 с дистанционным пультом, ноутбук h.p. Probook 4515S, мышь компьютерная; Мультимедийное сопровождение преподаваемой дисциплины. Вешалки – 3шт., трибуна.
Аудитория № 201 учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	24 посадочных мест, доска информационная пластиковая, стол письменный, стул, столы ученические – 12 штук, стулья ученические – 24 штук, вешалка 1 шт., проектор мультимедийный BenQ, ноутбук Samsung R 560, мультимедийное сопровождение преподаваемой дисциплины, мышь компьютерная, электронные калькуляторы Citizen – 5 шт, таблицы критических значений критериев – 20 шт.
Аудитория № 131* учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	10 посадочных мест, стульев – 13 штук, столов ученических – 10 штук, стол преподавателя, доска. Персональные компьютеры Формоза – 11 штук, мониторы Samsung 710 N – 11 штук; принтер P2015d-8067-00, кондиционер, вешалка – 1 шт.
Электронный читальный зал* библиотеки здания общежития с пристроенным учебным корпусом, пл. Юбилейная д. 4, к. 1	11 посадочных мест, ученические столы – 11, ученические стулья –11, персональные компьютеры ТОНК 1507 – 11 штук, мониторы Samsung 710N – 11 штук

**Помещения для самостоятельной работы*

9. ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН лекций и практических занятий по учебному предмету

№ п/п	Темы лекций, лабораторных, практических и семинарских занятий в хронологическом порядке	Перечень необходимого оборудования, наглядные пособия	Количество часов и вид занятия	Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при проведении учебного занятия (да/нет)
	1 семестр			
1.	Тема 1.1. Множества рациональных и действительных чисел. Абсолютная и относительная погрешность. Проценты. Основные методы решения рациональных уравнений и неравенств. Применение расчетов в физической культуре и спорте: анализ результатов соревнований, разработка стратегий спортивных игр, оценка физической подготовки, расчет нагрузок для тренировок, обработка данных в видах спорта.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 1, 1ч	да
2.	Тема 2.1. Понятие степенной функции, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Применение степенной функции при анализе зависимости перемещения от времени**,** кривой рекордов**,** расчетах показателей, определяющих состояние спортсмена.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 2, 1ч	да
3.	Тема 3.1. Показательная функция, её свойства и график. Использование показательной функции в спортивных анализах и тренировках: описания процессов роста и изменения показателей, анализ динамики нагрузки, скорости восстановления после тренировки или роста результатов со временем, расчёт сложных процентов при планировании финансовых аспектов спортивной подготовки.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 3, 1ч	да
4.	Тема 4.1. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Применение логарифмов в спорте.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным	Лекция № 4, 1ч	да

		проектором, экраном, ноутбуком, Доска		
5.	Тема 4.2. Логарифмическая функция, её свойства и график. Применение логарифмической функции в спорте.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 5, 1ч	да
6.	Тема 5.1. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Тригонометрические функции в спорте: расчет траекторий мячей, углов бросков, траекторий движения и геометрических конструкций в спорте и др.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 6, 1ч	да
7.	Тема 6.1. Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия. Применение стереометрии в физической культуре и спорте: моделирование спортивных объектов**,** анализ изометрических упражнений**,** проектирование спортивных снарядов.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 7, 1ч	да
8.	Тема 7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми. Практическое применение параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых в спорте.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 8, 1ч	да
9.	Тема 8.1. Перпендикулярные прямые в пространстве. Прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Перпендикулярность прямых и плоскостей при анализе движений: наклона тела, работы мышц и суставов.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 9, 1ч	да
10.	Тема 9.1. Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники; развёртка многогранника. Геометрическое тело. Применение	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором,	Лекция № 10, 1ч	да

	многогранников в спорте.	экраном, ноутбуком, Доска		
11.	Тема 1.1. Решение рациональных выражений, уравнений и неравенств.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 1, 1ч	нет
12.	Тема 1.1. Применение дробей и процентов при решении профессиональных задач. Решение рациональных уравнений.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 2, 1ч	нет
13.	Тема 1.2. Арифметический корень натуральной степени и его свойства. Преобразования числовых выражений, содержащих корни. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 3-4, 2ч	нет
14.	Тема 1.2. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 5, 1ч	нет
15.	Тема 1.3. Вычисление, упрощение выражений со степенями с рациональным и действительными показателями. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 6-7, 2ч	нет
16.	Тема 2.1. Построение графиков степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечисление их свойств. Описание свойств (монотонность, ограниченность, четность, нечетность) по графикам степенных функций. Анализ поведения функций на различных участках области определения. Преобразование графиков степенных функций: параллельный перенос. Взаимно обратные функции.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 8, 1ч	нет
17.	Тема 2.2. Решение иррациональных уравнений. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 9-10, 2ч	нет
18.	Тема 2.2. Решение иррациональных неравенств.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 11, 1ч	нет
19.	Тема 3.1. Построение графиков показательных функций. Использование	Сборник задач, Таблички с формулами,	Практическое занятие №12, 1ч	нет

	графика функции для решения уравнений. Расчеты, связанные с профессией.	Доска		
20.	Тема 3.2. Решение показательных уравнений. Решения задач, связанных с описанием процессов, происходящих во время тренировок и соревнований, с помощью показательных уравнений.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 13-14, 2ч	нет
21.	Тема 3.2. Решение показательных неравенств. Решения задач, связанных с описанием процессов, происходящих во время тренировок и соревнований, с помощью показательных неравенств.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 15-16, 2ч	нет
22.	Тема 3.3. Решение систем показательных уравнений и неравенств. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 17-18, 2ч	нет
23.	Тема 4.1. Вычисление логарифмов. Преобразование логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 19-20, 2ч	нет
24.	Тема 4.1. Вычисление десятичных и натуральных логарифмов. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 21, 1ч	нет
25.	Тема 4.2. Построение графиков логарифмических функций с данным основанием. По графику логарифмической функции описание ее свойств (монотонность, ограниченность). Анализ поведения функций на различных участках области определения, сравнение скорости возрастания (убывания) функций. Преобразование графика логарифмической функции. Использование свойств логарифмической функции при решении профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 22-23, 2ч	нет
26.	Тема 4.3. Решение логарифмических уравнений. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 24-25, 2ч	нет
27.	Тема 4.3. Решение логарифмических неравенств. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 26-27, 2ч	нет
28.	Тема 5.1. Перевод градусной меры в радианную и, обратно. Нахождение на окружности положения точки, соответствующей данному	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 28-29, 2ч	нет

	действительному числу. Нахождение знаков значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Выявление зависимости между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла. Четность, нечетность тригонометрических функций. Расчеты, связанные с профессией.			
29.	Тема 5.2. Нахождение арксинуса, арккосинуса, арктангенса числового аргумента с применением их свойств. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 30-31, 2ч	нет
30.	Тема 5.3. Решение задач с применением основных тригонометрических тождеств, формул приведения, формул суммы и разности аргументов, формул двойного аргумента, формул половинного аргумента, формул преобразования суммы в произведение, формул преобразования произведения в сумму. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 32-33, 2ч	нет
31.	Тема 5.3. Преобразование тригонометрических выражений. Расчеты, связанные с профессией.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 34-35, 2ч	нет
32.	Тема 5.4. Решение простейших тригонометрических уравнений.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие №36-37, 2ч	нет
33.	Тема 5.4. Решение тригонометрических уравнений различными методами.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 38-39, 2ч	нет
34	**Контрольная работа № 1** на тему: «Действительные числа. Степенная, показательная, логарифмическая функции. Тригонометрические формулы и уравнения»	Контрольная работа №1 (в распечатанном виде для каждого обучающегося)	Практическое занятие № 40, 1ч	да
35.	Тема 6.1. Решения задач с применением основных понятий, аксиом стереометрии, проведение доказательных рассуждений.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 41, 1ч	нет
36.	Тема 7.1. Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых в пространстве.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 42, 1ч	нет
37.	Тема 7.1.Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 43-44, 2ч	нет
38.	Тема 7.2. Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве. Вычисление углов между двумя	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 45-46, 2ч	нет

	прямыми.			
39.	Тема 7.3. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Плоскости движения в контексте физических упражнений. Решение задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 47-48, 2ч	нет
40.	Тема 7.3. Тетраэдр, куб, параллелепипед. Решение задач. Построение сечений.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 49, 1ч	нет
41.	Тема 8.1. Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач на вычисление и доказательство.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 50-51, 2ч	нет
42.	Тема 8.2. Расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости. Применение теоремы о трех перпендикулярах при решении стереометрических задач. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 52-53, 2ч	нет
43.	Тема 8.2. Угол между прямой и плоскостью. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 54, 1ч	нет
44.	Тема 8.3. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Прямоугольный параллелепипед.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 55-56, 2ч	нет
45.	Тема 9.1. Решение задач по теме многогранники. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 57, 1ч	нет
46.	Тема 9.2. Вычисление элементов призмы: ребра, диагонали, углы. Построение и нахождение площадей простейших сечений призмы. Вычисление площадей боковой и полной поверхности призмы. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 58-59-60, 3ч	нет
47.	Тема 9.3. Вычисление элементов пирамиды: ребра, диагонали, углы. Построение и нахождение площадей простейших сечений пирамиды. Вычисление площадей боковой и полной поверхности пирамиды. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 61-62, 2ч	нет
48.	Тема 9.4. Понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Элементы симметрии правильных многогранников.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 63-64, 2ч	нет

	Изображение развертки многогранников. Решение профессиональных задач.			
49.	Тема 9.4. Вычисление элементов правильных многогранников: рёбра, диагонали, углы. Вычисление боковой и полной поверхности правильных многогранников. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 65, 1ч	нет
50.	Тема 10.1. Вычисление объемов прямоугольного параллелепипеда и прямой призмы. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 66-67, 2ч	нет
51.	Тема 10.2. Вычисление объемов наклонной призмы и пирамиды. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 68-69, 2ч	нет
52.	Тема 10.3. Вычисление площадей поверхностей и объемов подобных тел. Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 70-71, 2ч	нет
53.	**Контрольная работа № 2** на тему: «Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Многогранники. Объемы многогранников»	Контрольная работа №2 (в распечатанном виде для каждого обучающегося)	Практическое занятие № 72, 1ч	да
	2 семестр			
54.	Тема 11.1. Тригонометрические функции, их свойства и графики. Применение тригонометрических функций в физической культуре и спорте: при расчёте траекторий движения, углов бросков и других параметров.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 11, 1ч	да
55.	Тема 12.1. Понятие производной функции и ее применение в физической культуре и спорте для анализа динамики движения, планирования тренировочных программ и оптимизации маршрутов.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 12, 1ч	да
56.	Тема 13.1. Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных. Применение первообразной в спорте для расчёта различных параметров, связанных с движением тел, работой мышц и другими аспектами спортивной	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 13, 1ч	да

	практики.			
57.	Тема 14.1. Понятие цилиндрической поверхности, цилиндра и его элементов; виды сечения цилиндра плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра. Применение цилиндра в физической культуре и спорте.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 14, 1ч	да
58.	Тема 14.2. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 15, 1ч	да
59.	Тема 16.1. Вектор на плоскости и в пространстве. Равенство векторов. Применение векторов в физической культуре и спорте для описания движений, анализа игровых ситуаций и обучения.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 16, 1ч	да
60.	Тема 16.4. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Применение прямоугольной системы координат и координат векторов для описания положение тела в пространстве и расчетов перемещения, скорости, ускорения, построения траектории движения при выполнении спортивных движений, оценки углов устойчивости при выполнении силовых упражнений и др.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 17, 1ч	да
61.	Тема 17.3. Понятие вероятности (статистическое и классическое). Теорема сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Зависимые и независимые события. Условные вероятности и теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Применение теории вероятности в спорте.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 18, 1ч	да
62.	Тема 17.5. Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Примеры бинарных испытаний в спорте. Независимые испытания. Серия независимых	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном,	Лекция № 19-20 2ч	да

	испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.	ноутбуком, Доска		
63.	Тема 17.7. Дискретная случайная величина. Закон ее распределения. Диаграмма распределения. Применение дискретной величины в спорте для анализа результатов событий и принятия обоснованных решений**.**	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 21, 1ч	да
64.	Тема 17.9. Понятие о законе больших чисел. Основные свойства закона больших чисел. Применение закона больших чисел в физической культуре и спорте: планирование тренировочного процесса**,** подсчёт результатов в соревнованиях, анализ ситуаций.	Специально оборудованная лекционная аудитория с мультимедийным проектором, экраном, ноутбуком, Доска	Лекция № 22, 1ч	да
65.	Тема 11.1. Построение графиков тригонометрических функций и описание их свойств.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 73-74, 2ч	нет
66.	Тема 11.2. Решение тригонометрических неравенств	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 75, 1ч	нет
67.	Тема 12.1. Производная степенной функции. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 76-77, 2ч	нет
68.	Тема 12.2. Вычисление производных степенных функций с применение правил дифференцирования. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 78-79, 2ч	нет
69.	Тема 12.3. Вычисление производных элементарных функций. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 80-81-82, 3ч	нет
70.	Тема 12.4. Решение задач на нахождение касательной к графику функции, физический смысл производной в профессиональных задачах.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 83-84, 2ч	нет
71.	Тема 12.5. Нахождение промежутков монотонности функций. Решение задач на признаки возрастания и убывания функций, максимум и минимум. Решение профессиональных задач	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 85-86, 2ч	нет
72.	Тема 12.5. Применение производной к исследованию функций. Построение графиков функций. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 87, 1ч	нет
73.	Тема 12.6. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 88-89, 2ч	нет

74.	Тема 12.7. Применение производной для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 90, 1ч	нет
75.	Тема 13.1. Нахождение первообразных функций. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 91-92, 2ч	нет
76.	Тема 13.2. Вычисление неопределённого интеграла с применением его свойств.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 93-94, 2ч	нет
77.	Тема 13.3. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 95-96, 2ч	нет
78.	Тема 13.4. Решение профессиональных задач, связанных с вычислением площадей и перемещением объектов.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 97-98, 2ч	нет
79.	**Контрольная работа № 3** на тему: «Тригонометрические функции и их графики. Производная функции и ее применения. Интеграл и его применения»	Контрольная работа №3(в распечатанном виде для каждого обучающегося)	Практическое занятие № 99, 1ч	да
80.	Тема 14.1. Вычисление элементов цилиндра Построение и нахождение площадей простейших сечений цилиндра: осевое сечение, сечения, перпендикулярное оси, сечение, параллельное оси. Вычисление боковой и полной поверхности цилиндра. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 100-101, 2ч	нет
81.	Тема 14.2. Построение конуса. Развертка конуса. Построение и нахождение площадей сечений конуса. Вычисление элементов конуса, усеченного конуса. Вычисление площадей поверхности конуса и усеченного конуса. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 102-103, 2ч	нет
82.	Тема 14.3. Составление уравнения сферы и плоскости. Нахождение координат центра и радиуса сферы, площади сечения сферы и шара. Решение задач на взаимное расположение сферы и плоскости. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 104-105, 2ч	нет
83.	Тема 14.4. Решение задач: касательная плоскость к сфере, площадь сферы. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 106-107, 2ч	нет
84.	Тема 15.1. Вычисление объема цилиндра. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами,	Практическое занятие № 108-109,	нет

		Доска	2ч	
85.	Тема 15.2. Вычисление объема конуса, усеченного конуса. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами,	Практическое занятие № 110-111, 2ч	нет
86.	Тема 15.3. Вычисление объема шара, шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора и геометрических тел, встречающихся в физической культуре и спорте.	Доска	Практическое занятие № 112-113, 2ч	нет
87.	Тема 15.4. Решение задач на соотношение между площадями поверхностей и объемами подобных тел. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 114-115, 2ч	нет
88.	Тема 16.1. Решение задач на установление сонаправленных, противоположно направленных, равных и коллинеарных векторов. Нахождение длин векторов.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 116, 1ч	нет
89.	Тема 16.2. Действия над векторами. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 117-118, 2ч	нет
90.	Тема 16.3. Решение задач на применение правила параллелепипеда. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 119-120, 2ч	нет
91.	Тема 16.4. Нахождение координат точек, векторов в пространстве. Установление связи между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 121-122, 2ч	нет
92.	Тема 16.5. Вычисление углов между векторами. Нахождение скалярного произведения векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 123-124, 2ч	нет
93.	Тема 16.6. Решение задач на центральную, осевую, зеркальную симметрии и параллельный перенос. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 125-126, 2ч	нет
94.	Тема 17.1. Операции над множествами. Построение диаграмм Эйлера-Венна. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 127-128, 2ч	нет
95.	Тема 17.2. Решение задач с применение формул перестановок, размещений и сочетаний. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 129-130, 2ч	нет
96.	Тема 17.3. Закрепление теоретического материала. Решение задач на нахождение вероятностей.	Сборник задач, Таблички с формулами,	Практическое занятие № 131-132,	нет

		Доска	2ч	
97.	Тема 17.4. Вычисление вероятностей случайных событий с помощью построения дерева случайного эксперимента и формулы полной вероятности. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 133-134, 2ч	нет
98.	Тема 17.5. Решение профессиональных задач на вычисление вероятностей Независимых событий по схеме Бернулли.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 135-136, 2ч	нет
99.	Тема 17.7. Построение закона и функции распределения дискретной величины. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 137-138, 2ч	нет
100.	Тема 17.8. Нахождение моды, медианы, среднего арифметического значения, математического ожидания. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 139, 1ч	нет
101.	Тема 17.8. Вычисление размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации и ошибки выборочного среднего. Решение профессиональных задач.	Сборник задач, Таблички с формулами, Доска	Практическое занятие № 140-141, 2ч	нет
102.	**Контрольная работа № 4** на тему: «Тела вращения. Объемы и поверхности тел вращения. Векторы и координаты в пространстве. Вероятность и статистика».	Контрольная работа №4 (в распечатанном виде для каждого обучающегося)	Практическое занятие № 142, 1ч	да

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

Примерные вопросы к контрольным работам в виде фонда оценочных средств для проведения диагностической работы с целью оценивания достижения результатов обучения

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 по учебному предмету «Математика» на тему: «Действительные числа. Степенная, показательная, логарифмическая функции. Тригонометрические формулы и уравнения»

Вариант 1

1. Вычислите: $\left(2^{\frac{12}{5}} \cdot 2^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

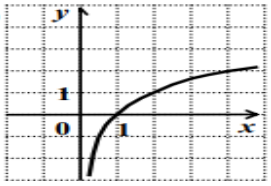
2. Вычислите: $\frac{\sqrt[4]{144}}{\sqrt[4]{9}}$.

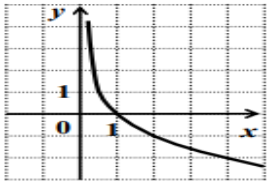
3. Вычислите:

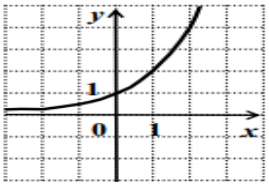
$$\log_3 1{,}5 + \log_3 18 .$$

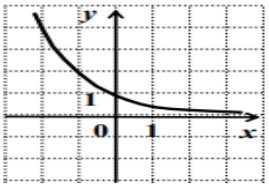
4. Найдите значение выражения: $-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$.

5. Укажите график функции: $y = log_2 x$

1) 

2) 

3) 

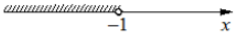
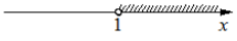
4) 

6. Найдите корень уравнения: $\sqrt{15-2x} = 3.$

7. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения: $6^{10x-1} = 36.$

1) (-4;-1) 2) [-1;0) 3) (0;1) 4) [1;4)

8. Установите соответствие между неравенствами и их решениями:

НЕРАВЕНСТВА		РЕШЕНИЯ	
А)	$\log_2 x > 0$	1)	
Б)	$2^{-x} > 2$	2)	
В)	$\frac{x}{x-1} < 0$	3)	
Г)	$\frac{1}{x(x-1)} > 0$	4)	

Ответ:

А	Б	В	Г

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

9. Решите уравнение: $2cosx = \sqrt{3}$. Выберите правильный ответ:

1) $(-1)^n\pi/6 + \pi n$, $n \in$ 2) $\pi/3 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ 3) нет корня 4) $\pm\pi/6 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

10. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25% ?

Вариант 2

1. Вычислите:

$$\left(3^{\frac{21}{4}} : 3^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

2. Вычислите:

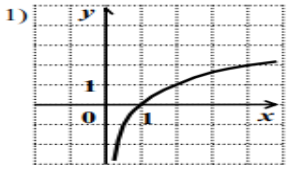
$$\sqrt[3]{250} \cdot \sqrt[3]{4}\,.$$

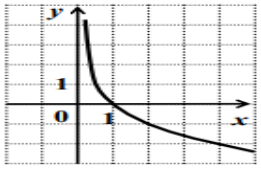
3. Вычислите:

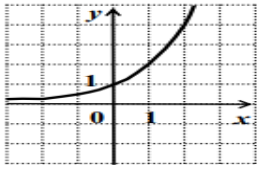
$$\log_2 40 - \log_2 2{,}5\,.$$

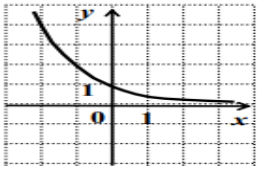
4. Найдите значение выражения $-18\sqrt{2}\sin(-135^\circ).$

5. Укажите график функции: $y = 2^x$

1) 

2) 

3) 

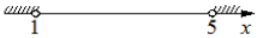
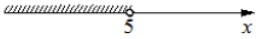
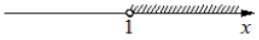
4) 

6. Найдите корень уравнения: $\sqrt{13+2x} = 5.$

7. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения: $\log_3(3-2x) = 3$

1) $(-\infty;-11)$ 2) $(-12;-1)$ 3) $(-10;10)$ 4) $(11;+\infty)$

8. Установите соответствие между неравенствами и их решениями:

НЕРАВЕНСТВА		РЕШЕНИЯ	
А)	$\log_4 x > 0$	1)	
Б)	$4^{-x+7} > 16$	2)	
В)	$\frac{x-1}{x-5} < 0$	3)	
Г)	$\frac{1}{(x-1)(x-5)} > 0$	4)	

Ответ:

А	Б	В	Г

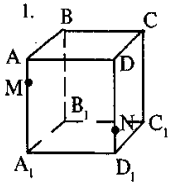
Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

9. Решите уравнение: *2sinx = 1.* Выберите правильный ответ:

1) $(-1)^n\pi/6 + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pi/6 + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ 3) нет корня 4) $\pm\pi/3 + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

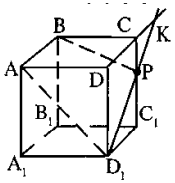
10. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

Контрольная работа № 2 по учебному предмету «Математика»
на тему: «Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники»
Вариант 1



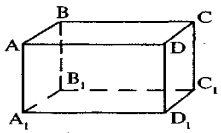
1. Укажите точку пересечения прямой MD с плоскостью ABC
А) D В) C
С) A Д) M

2. Укажите прямую пересечения плоскостей ABC и ABB_1
А) DB В) DC
С) BC Д) AB

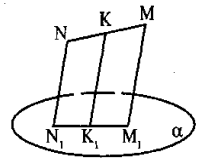


3. Как располагаются прямые AD_1 и D_1C_1?
А) параллельны
В) пересекаются
С) перпендикулярны

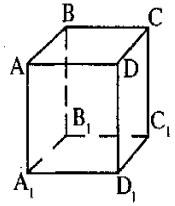
4. Найдите угол между прямыми AD_1 и BB_1
А) 180º В) 60°
С) 90° Д) 45°



5. Найдите рёбра, параллельные грани ABB_1A_1
А) AD, BC, A_1D_1, B_1C_1
В) AB, BC, A_1D_1, B_1C_1
С) DD_1, CC_1, C_1D_1, DC

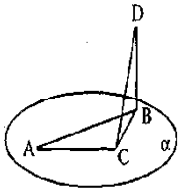


6. Через концы отрезка MN и его середину К проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках M_1, , N_1 и K_1. Найдите длину отрезка KK_1 , если отрезок MN не пересекает α и $MM_1 = 6$ см, $NN_1 = 2$ см.

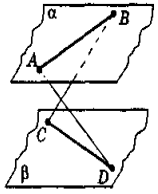


7. Укажите рёбра, перпендикулярные плоскости ABB_1
А) DA, BC,CC_1. AB
В) CB, DA,D_1A_1. C_1A_1
С) DC, BC,DA. C_1B_1

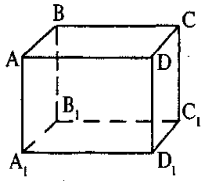
8. Выберите верное утверждение
А) AD ∥ BA В) AB⊥D_1C_1
С) DC ∥ BC Д) DC ⊥BC



9. Отрезок BD перпендикулярен плоскости α. CD является::
А) Перпендикуляром
В) Наклонной
С) Проекцией наклонной

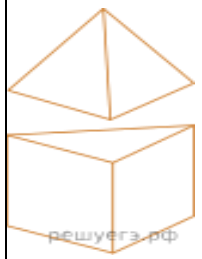


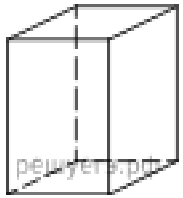
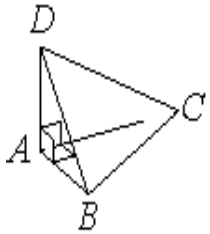
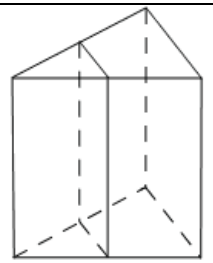
11.
Плоскости α и β параллельны.
Каково взаимное расположение прямых AD и BC?
А) Пересекаются
В) Скрещиваются



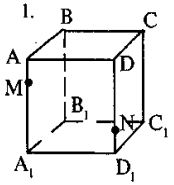
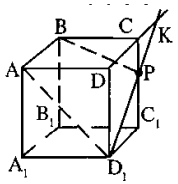
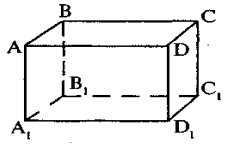
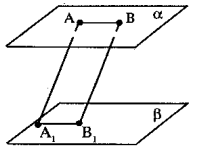
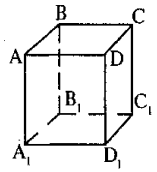
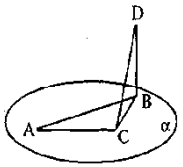
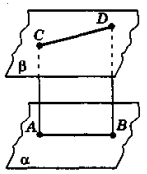
10. Укажите общий перпендикуляр для прямых AD и CC_1
А) DC В) CA
С) DD_1 Д) BC

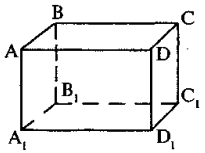
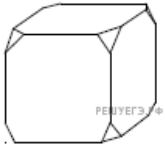
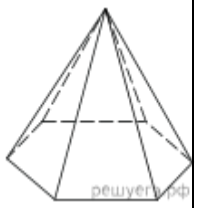
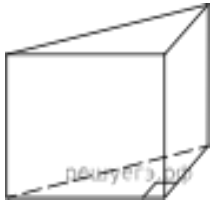
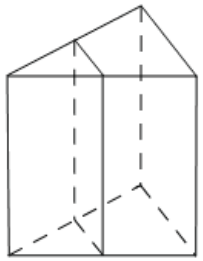
12. К правильной треугольной призме со стороной основания, равной 1, приклеили правильную треугольную пирамиду со стороной основания, равной 1, так, что основания совпали. Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



	**13.** Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 4, а объём параллелепипеда равен 140. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.		**14.** В треугольной пирамиде ABCD рёбра AB, AC и AD взаимно перпендикулярны. Найдите объём этой пирамиды, если AB=3, AC=18 и AD=7.	**15.** Через среднюю линию основания правильной треугольной призмы, объём которой равен 84, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.	

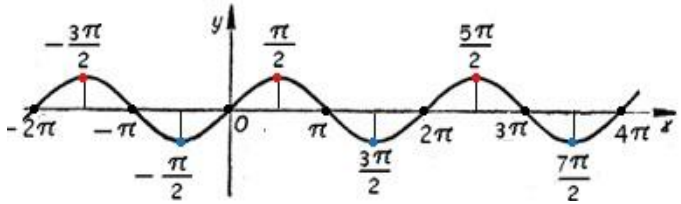
Вариант 2

	**1.** Укажите точку пересечения прямой NC_1 с плоскостью $A_1B_1C_1$ A) D_1 B) C_1 C) A_1 Д) B_1 **2.** Укажите прямую пересечения плоскостей ABD и ADD_1 A) DB B) BB_1 C) BC Д) AD		**3.** Как располагаются прямые DD_1 и DC? A) параллельны B) пересекаются C) перпендикулярны **4.** Найдите угол между прямыми AA_1 и BC A) 180º B) 60º C) 90º Д) 45		**5.** Найдите рёбра, параллельные грани ADD_1A_1 A) BC, CC_1, BB_1, B_1C_1 B) AB, BC, A_1D_1, B_1C_1 C) AD, BC, A_1D_1, AC
					**6.** Даны две параллельные плоскости. Через точки A и B одной из плоскостей проведены две параллельные прямые до пересечения в точках A_1 и B_1. Найдите длину отрезка AA_1 если BB_1 = 16 см.
	**7.** Укажите рёбра, перпендикулярные плоскости ABC A) DA, BC,CC_1. AB B) CB, DD_1,D_1A_1. C_1A_1 C) AA_1, BB_1,DD_1. C_1C_1		**9.** Отрезок BD перпендикулярен плоскости α. CB является:: A) Перпендикуляром B) Наклонной C) Проекцией наклонной		**11.** Плоскости α и β параллельны. Каково взаимное расположение прямых AC и BD? A) Параллельны B) Скрещиваются

	8. Выберите верное утверждение A) $AD \perp BA$ B) $AB \perp D_1C_1$ C) $DC \parallel BB_1$ Д) $DC \perp BC$		**10.** Укажите общий перпендикулярдля прямых AB и CC_1 A) DC B) CA C) DD_1 Д) BC	**12.** От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые ребра на рисунке не обозначены)?	
	**13**.Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.		**14**. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, катеты которого равны 11 и 5. Найдите объём призмы, если её высота равна 4.	**15.** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.	

Контрольная работа № 3 по учебному предмету «Математика»
на тему: «Тригонометрические функции и их графики. Производная функции и ее применения. Интеграл и его применения»
Вариант 1

1. График какой функции изображен на рисунке?



1) y = ctg(x) 2) y = sin(x) 3) y = cos(x) 4) y = tg(x)

2. Какие функции имеют период $T = \pi$?

1) y = tg(x) 2) y = cos(x) 3) y = sin(x) 4) y = ctg(x)

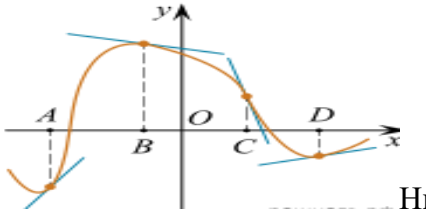
6. Найдите производную функции y = x sinx

1) sinx 2) xsinx-cosx 3) sinx + xcosx 4) x cosx

7. Найдите точку максимума функции $y = x^3+14x^2+49x+8$.

8. На рисунке изображён график y=F(x) одной из первообразных некоторой функции f(x) , определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения f(x)=0 на отрезке $[-5; 2]$.

3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ
А) *A*	*1) -4*
Б) *B*	*2) 0,2*
В) *C*	*3) -0,2*
Г) *D*	*4) 1,5*

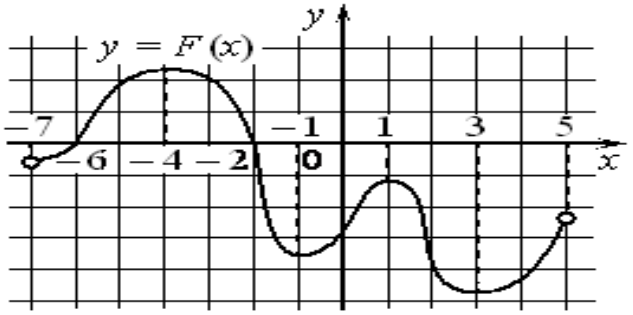
А	Б	В	Г

4. Найдите производную функции $y = 4x^3$.

1) $12x^2$ 2) $12x$ 3) $4x^2$ 4) $12x^3$

5. Значение производной функции $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 4x$ в точке $x = 1$ равно:

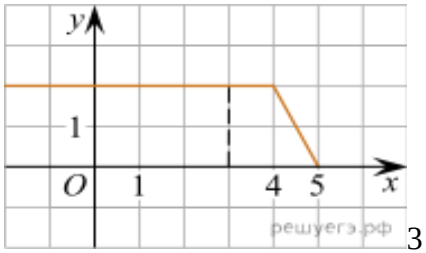
1) 10 2) 7 3) 15 4) 2



9. Найдите первообразную для функции $f(x)=e^x+12\sin(x)$

1) $F(x)=2e^{2x}+12\cos(x)+x$ 2) $F(x)=e^x-12\cos(x)+c$ 3) $F(x)=12\cos(x)+c$

10. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(5) - F(3)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.

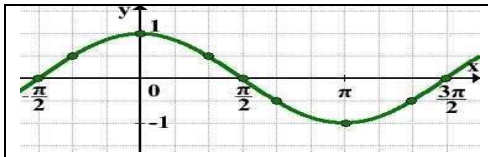


3

Вариант 2

1. График какой функции изображен на рисунке?

6. Найдите производную функции $y = \frac{x+3}{x}$

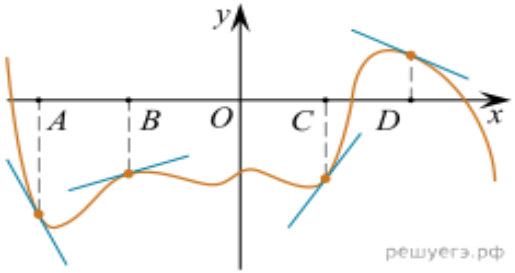


1) y = tg(x) 2) y = sin(x) 3) y = cos(x) 4) y = ctg(x)

2. Какие функции имеют период T = 2π?

1) y = cos(x) 2) y = ctg(x) 3) y = sin(x) 4) y = tg(x)

3. На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами *A*, *B*, *C* и *D*.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) *A*	1) −0,5
Б) *B*	2) −2
В) *C*	3) 1,5
Г) D	4) 0,3

А	*Б*	*В*	*Г*

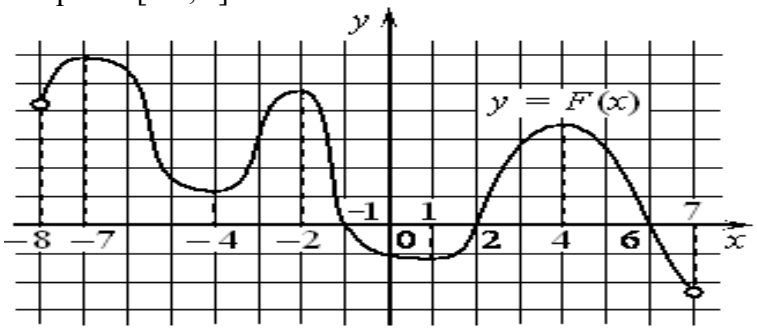
4. Найдите производную функции $y = 5x^4$.

1) 20 2) $5x^3$ 3) $20x^2$ 4) $20x^3$

1) $\frac{3}{x^2}$ 2) $\frac{2x-3}{x^2}$ 3) $-\frac{3}{x^2}$ 4) $-\frac{3}{x}$

7. Найдите точку минимума функции $y=x^3-14x^2+49x+3$.

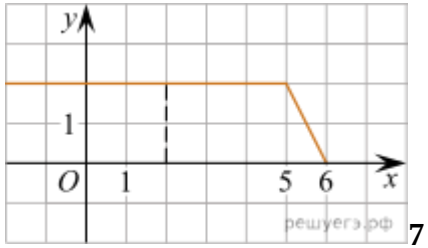
8. На рисунке изображён график y=F(x) одной из первообразных некоторой функции f(x) , определённой на интервале (− 8; 7) . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения f(x)=0 на отрезке [− 5; 5] .



9. Найдите общий вид первообразных для функции f(x) = 2x+sinx

1) F(x) = 2-cosx+c 2) F(x) = x^2-cosx+c 3) F(x) = x^3+cosc+x

10. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$(два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(6) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



7

5.Значение производной функции $f(x) = 6x^3 + 4x^2 - 8x$ в точке $x = 1$ равно: 1) 18 2) 6 3) 12 4) 8	

Контрольная работа № 4 по учебному предмету «Математика»
на тему: «Тела вращения. Объемы и поверхности тел вращения. Векторы и координаты в пространстве. Вероятность и статистика»

Вариант 1

1. 1.  Объем первого цилиндра равен 12 м^3. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

2. Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны, соответственно, 2 и 4, а второго — 6 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

3.  Однородный шар диаметром 3 см весит 108 граммов. Сколько граммов весит шар диаметром 2 см, изготовленный из того же материала?

4. Найдите длину вектора $\vec{a}$ (6;8).

5. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 14 из Венгрии, 20 из Румынии, остальные — из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

6. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

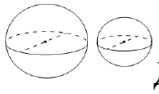
7. Найдите размах выборки: 21,6; 12,6; 37,3; 16,4; 12,3 и выберите правильный ответ:
1) 12,6 2) 16,4 3) 20,1 4) 25

8. Найдите моду выборки: 3,8; 7,2; 6,4; 6,8; 7,2 и выберите правильный ответ:
1) 3,4 2) 6,28 3) 6,8 4) 7,2

Вариант 2

1.  Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 2 и 3, а второго — 12 и 5. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго цилиндра больше площади боковой поверхности первого?

2. Объём конуса равен 32. Через середину высоты конуса проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью.

3.  Даны два шара с радиусами 5 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

4. Даны векторы $\vec{a}$ (14; − 2) и $\vec{b}$ (5 ; − 8). Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$

5. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 6 спортсменов из Германии и 10 — из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Франции.

6. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

7. Найдите медиану выборки: 21,6; 12,6; 37,3; 16,4; 12,6 и выберите правильный ответ:

1) 12,6 2) 16,4 3) 20,1 4) 24,7

8. Найдите среднее арифметическое выборки: 2,8; 7,2; 6,4; 3,6; 5 и выберите правильный ответ:

1) 3,4 2) 5 3) 6,8 4) 7,2

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

Методические указания для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптируется при необходимости для лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) или инвалидностью и дополняется нижеследующими особенностями при ее освоении такими обучающимися. Используются следующие образовательные технологии с учетом их адаптации для лиц с ОВЗ или инвалидностью:

Образовательные технологии	Цель	Адаптированные методы
Проблемное обучение	Развитие познавательной способности, активности, творческой самостоятельности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Поисковые методы, постановка познавательных задач с учетом индивидуального социального опыта и особенностей лиц с ОВЗ или инвалидностью
Концентрированное обучение	Создание блочной структуры учебного процесса, наиболее отвечающей особенностям здоровья лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы, учитывающие динамику и уровень работоспособности лиц с ОВЗ или инвалидностью
Модульное обучение	Гибкость обучения, его приспособление к индивидуальным потребностям лиц с ОВЗ или инвалидностью	Индивидуальные методы обучения: индивидуальный темп и график обучения с учетом уровня базовой подготовки лиц с ОВЗ или инвалидностью
Дифференцированное обучение	Создание оптимальных условий для выявления индивидуальных интересов и способностей лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы индивидуального личностно-ориентированного обучения с учетом ОВЗ и личностных психолого-физиологических особенностей
Развивающее обучение	Ориентация учебного процесса на потенциальные возможности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Вовлечение обучающихся с ОВЗ и инвалидов в различные виды деятельности, развитие сохранных возможностей
Социально-активное, интерактивное обучение	Моделирование предметного и социального содержания учебной деятельности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы социально-активного обучения, игровые методы с учетом социального опыта лиц с ОВЗ или инвалидностью
Рефлексивное обучение, развитие критического мышления	Интерактивное вовлечение лиц с ОВЗ или инвалидностью в групповой образовательный процесс	Интерактивные методы обучения, вовлечение лиц с ОВЗ или инвалидностью в различные виды деятельности,

		создание рефлексивных ситуаций по развитию адекватного восприятия собственных особенностей

Имеется возможность беспрепятственного доступа обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, в учебные помещения и другие помещения ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» (на первые этажи) (имеются пандусы, поручни, расширенные дверные проёмы) по адресам:

182105, Псковская область, г Великие Луки, пл. Юбилейная, д 4;

182105, Псковская область, г. Великие Луки, пл. Юбилейная, д.4, корп 1.

Имеется возможность их пребывания в указанных помещениях. Лифтов нет. Аудитории для проведения учебных занятий с такими обучающимися располагаются на первых этажах.

Образовательные технологии применяются как с использованием универсальных, так и специальных информационных и коммуникационных средств, в зависимости от вида и характера ограниченных возможностей здоровья или инвалидностью обучающихся.

На уровне специальных приемов, используемых при обучении лиц с ОВЗ и инвалидностью используются следующие: 1) приемы, обеспечивающие доступность учебной информации (рельефное письмо и осязательное чтение для обучающихся с нарушениями зрения, жестовая речь для обучающихся с нарушениями слуха, дозированность учебной нагрузки и др.); 2) специальные приемы организации обучения (алгоритмизация учебной деятельности с учетом особенностей нарушения, специфика структурного построения занятий, и др.). 3) логические приемы переработки учебной информации (конкретизация, установление аналогий по образцам, обобщение по доступным признакам изучаемых объектов и явлений и др.); 4) приемы использования технических средств, специальных приборов и оборудования (технические средства по перекодированию зрительной и слуховой информации в доступные для сохраненных анализаторов сигналы, использование приборов, усиливающих зрительную, тактильную, слуховую и др. информацию).

Проводится дополнительная индивидуальная работа с преподавателем (индивидуальные консультации), работа с лекционным и дополнительным материалом, беседа, морально-эмоциональная поддержка и стимулирование, индивидуальная учебная работа, то есть дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, или им требуется проведение индивидуальной учебно-воспитательной работы.

Обучающимся осуществляется самостоятельная работа: работа с книгой и другими источниками информации, план-конспекты, реферативные (воспроизводящие), реконструктивно-вариативные, эвристические, творческие самостоятельные работы, проектные работы, онлайн технологии сети «Интернет».

Конкретные формы и виды контактной работы лиц с ОВЗ или инвалидностью устанавливаются преподавателем индивидуально для каждого обучающегося или, при возможности, для нескольких обучающихся. Выбор форм и видов контактной и самостоятельной работы лиц с ОВЗ или инвалидностью осуществляется с учетом их способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала. Формы работы устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, на компьютере или с использованием иной техники, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся предоставляется дополнительное время для консультаций и выполнения заданий.

К реализации дисциплины (модуля), в том числе при процедуре оценки уровня сформированности компетенций (в соответствии с запросами обучающихся)

привлекаются услуги ассистентов, сурдопереводчиков[1], специалистов[2] по специальным техническим и программным средствам обучения.

Обучение лиц с нарушениями слуха предполагает использование мультимедийных средств и других технических средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах.

Для слабовидящих обучающихся предусмотрена возможность просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране).

Обучение лиц с нарушениями зрения предполагает использование технических средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата в учебных аудиториях выбирается место с возможностью беспрепятственного к нему доступа на инвалидной коляске.

Дополнительное учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины (модуля):

– библиотечный фонд помимо учебной литературы включает справочно-библиографические и периодические издания в соответствии с перечнем указанным в рабочей программе дисциплины (модуля);

– обеспечивается доступ к ним обучающихся с ОВЗ и инвалидов с использованием специальных технических средств.

Дополнительное материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)[3]:

– Аппаратно-программный комплекс «Читающая машина» для лиц с нарушениями зрения;

– Увеличивающее телевизионное устройство для слабовидящих ElecGeste EM-302 для лиц с нарушениями зрения;

– использование звукоусиливающей аппаратуры для лиц с нарушениями слуха.

Использование оценочных средств для определения уровня сформированности компетенций обучающихся с ОВЗ и инвалидов проводится с учетом индивидуальных особенностей восприятия, переработки материала, выполнения заданий. Материалы оценочных средств при необходимости представляются обучающимся в печатном и (или) электронном, и (или) аудиоформате, т.е. в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

---

[1] ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» аключён договор № б/н от 01.12.2017 года на оказание, в случае необходимости, услуг сурдопереводчика

[2] Приказом ректора № 201 от 25.10.2016 назначены ответственные за оказание технической помощи по каждому конкретному адресу (по каждому зданию)

[3] 3 октября 2018 года заключено соглашение о сотрудничестве между ФГБОУ ВО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК)», утверждённым в качестве образовательной организации высшего образования, подведомственной Министерству спорта Российской Федерации, на базе которой создан Ресурсный учебно-методический центр (РУМЦ) по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, и ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта». На основании пункта 3.1.4. этого соглашения о сотрудничестве РУМЦ предоставляет во временное пользование образовательной организации высшего образования технические средства обучения и оборудование Центра коллективного пользования для обучения студентов с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья.

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Текущий контроль результатов обучения осуществляется преподавателем в процессе проведения занятий семинарского типа, а также выполнения индивидуальных работ и домашних заданий, или в режиме тренировочного тестирования в целях получения информации о выполнении обучаемым требуемых действий в процессе учебной деятельности; правильности выполнения требуемых действий; соответствия формы действия данному этапу усвоения учебного материала, что позволяет своевременно выявить затруднения и отставание обучающихся с ОВЗ и инвалидов и внести коррективы в учебный процесс. При необходимости предусматривается увеличение времени на подготовку или выполнение заданий.

Формы проведения промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости предусматривается увеличение времени на подготовку. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов, при необходимости предоставляется техническая помощь.

ПРИЛОЖЕНИЕ №3

Тексты/конспекты лекций

Лекция 1

ТЕМА: «МНОЖЕСТВА РАЦИОНАЛЬНЫХ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА. ПРОЦЕНТЫ»

Содержание Лекции:

1. ***Натуральные числа.***
2. ***Рациональные числа.***
3. ***Представление рациональных чисел десятичными дробями.***
4. ***Иррациональные числа.***
5. ***Действительные числа.***
6. ***Виды числовых промежутков.***
7. ***Абсолютная и относительная погрешности.***
8. ***Проценты.***
9. ***Действия над приближенными значениями чисел.***
10. ***Решение целых уравнений.***
11. ***Решение дробно-рациональных уравнений.***
12. ***Решение дробно-рациональных неравенств.***
13. ***Применение расчетов в физической культуре и спорте.***

1. Число – одно из основных понятий математики, возникшее еще до нашей эры в связи с потребностями счета предметов. Рассмотрим основные числовые множества.

Определение. ***Натуральные числа*** — это числа, используемые для счета предметов или для указания порядкового номера того или иного предмета среди однородных предметов.

Множество всех натуральных чисел обычно обозначают буквой N. $N = \{1, 2, 3, ...\}$.

В системе натуральных чисел выполняются операции сложения и умножения, но не всегда выполняется операция вычитания.

Намного позже люди пришли к понятию отрицательного числа. Необходимость введения этого понятия связана с исследованием величин, которые меняются в двух направлениях: температура, уровень реки, доходы и убытки и т.д. Отрицательные числа стали широко применяться в математике с XVII века в связи с введением метода координат. В Европе отрицательные числа ввел в употребление в XVII в. французский ученый Декарт.

Если к натуральным числам присоединить число 0 и все числа, противоположные натуральным: $-1,-2,-3,-4,\ldots$, то получится множество целых чисел. Множество целых чисел обозначается буквой $Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$. В нем выполняются операции сложения, вычитания и умножения, но не всегда выполняется операция деления.

2. Рациональные числа.

Определение. Все целые и дробные числа, как положительные, так и отрицательные, и число ноль образуют ***множество рациональных чисел Q.*** Любое рациональное число можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$.

Утверждение. Любое рациональное число можно записать в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной десятичной периодической дроби:

$\frac{7}{22}$ = 0,3181818...=0,3(18)

4=4,000...=4,(0)

7,3777=7,37770000...=7,3777(0)

Верно и обратное: любую бесконечную десятичную периодическую дробь можно представить в виде обыкновенной дроби. Это значит, что любая бесконечная десятичная периодическая дробь есть рациональное число.

3. Представление рациональных чисел десятичными дробями.

1. Превращение обыкновенной дроби в десятичную.

Для превращения обыкновенной дроби в десятичную имеется несколько способов.

1) Чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную, нужно числитель разделить на знаменатель.

Пример. Представить обыкновенную дробь $\frac{3}{25}$ в виде десятичной.

Решение. Поделим числитель на знаменатель в столбик:

3	25
30	0,12
25	
50	
50	
0	

Таким образом, $\frac{3}{25}$ = 0,12.

2) Чтобы превратить обыкновенную дробь в десятичную, нужно помножить числитель и знаменатель указанной дроби на такое число, чтобы в знаменателе получилось число, кратное десяти (если это возможно).

Пример. Представить обыкновенную дробь $\frac{3}{25}$ в виде десятичной.

$\frac{3}{25} = \frac{3\cdot 4}{25\cdot 4} = \frac{12}{100}$ =0,12.

Замечание. Следует иметь в виду, что не всякая обыкновенная дробь представима в виде конечной десятичной дроби. В виде конечной десятичной дроби можно представить только те обыкновенные дроби, которые после сокращения в знаменателе содержат только простые множители 2 и 5.

Если знаменатель несократимой необратимой дроби содержит хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5, то она не может быть представлена конечной десятичной дробью.

Напомним, что бесконечная десятичная дробь, у которой одна или несколько цифр повторяются в одной и той же последовательности, называется периодической десятичной дробью.

Например, 0,123444444…= 0,123(4).

Десятичную дробь представляют в виде обыкновенной дроби, записав ее со знаменателем.

При этом число целых искомой обыкновенной дроби равно числу целых десятичной дроби. В числителе искомой дроби пишем цифры, стоящие после запятой (десятичные знаки), а в знаменателе записываем 1 с количеством нулей, которое равно количеству десятичных знаков.

Далее, если возможно, производят сокращение дроби.

$$10,\underbrace{12345}_{5\text{ штук}} = 10\frac{12345}{\underbrace{100000}_{5\text{ штук}}} = 10\frac{2469}{20000}$$

Если десятичные знаки начинаются нулями, их в числитель обыкновенной дроби писать не нужно.

$$1,\underbrace{00345}_{5\text{ штук}} = 1\frac{345}{\underbrace{100000}_{5\text{ штук}}} = 1\frac{69}{20000}$$

4. **Определение.** ***Иррациональные числа*** - числа, которые нельзя представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$. I = { e ,π,$\sqrt{3}$,…} – множество иррациональных чисел.

Замечание. Любое иррациональное число - бесконечная непериодическая десятичная дробь.

Иррациональные числа можно встретить, извлекая квадратный и кубический корень:

$\sqrt{3}$ = 1,732050…- иррациональное число.

$\sqrt{2}$ = 1,414235…- иррациональное число.

Одним из известных и часто используемых в математике иррациональных чисел является π, чтобы его получить нужно длину любой окружности разделить на ее диаметр и получится: π= 3,141592...

Любая арифметическая операция над рациональными числами (кроме, деления на 0) в результате приводит к рациональному числу.

С иррациональными числами же все не так просто, может получиться как рациональное, так и иррациональное число.

Например: $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$ = 3- рациональное число, $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{6}$ - иррациональное число.

5. ***Действительные числа.***

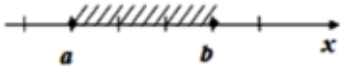
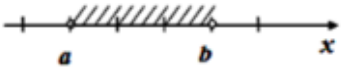
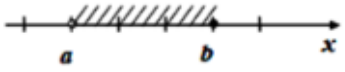
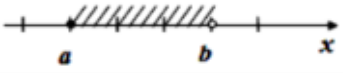
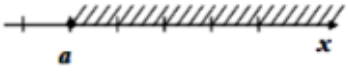
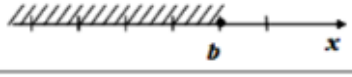
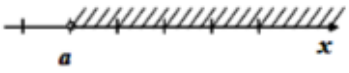
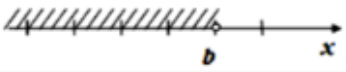
Определение. Объединение рациональных и иррациональных чисел называют ***действительными числами***. Множество действительных чисел обозначают символом ***R***.

Действительные числа также называют ***вещественными***.

Действительные числа позволяют описывать величины, значения которых могут изменяться непрерывно, чего не позволяют делать рациональные и иррациональные числа по отдельности.

Действительные числа заполняют каждую точку координатной прямой. Каждой точке координатной прямой соответствует единственное действительное число – координата этой точки, а каждому действительному числу соответствует единственная точка на координатной прямой.

6. Обозначения числовых множеств на координатной оси носят названия числовых промежутков. Выделяют следующие ***виды числовых промежутков***: открытый числовой луч; числовой луч; интервал; числовой отрезок; полуинтервал.

название	определение	обозначение	изображение
отрезок	$a \le x \le b,\ x \in R$	$[a;\ b]$	
интервал	$a < x < b,\ x \in R$	$(a;\ b)$	
полуинтервал	$a < x \le b,\ x \in R$	$(a;\ b]$	
	$a \le x < b,\ x \in R$	$[a;\ b)$	
луч	$x \ge a,\ x \in R$	$[a;\ +\infty)$	
	$x \le b,\ x \in R$	$(-\infty;\ b]$	
открытый луч	$x > a,\ x \in R$	$(a;\ +\infty)$	
	$x < b,\ x \in R$	$(-\infty;\ b)$	

7. Если x - точное значение числа, a – приближённое значение, то $x \approx a$.

Определение. Разность $x - a$ между точным и приближённым значением числа называется ***погрешностью приближения***.

Определение. ***Абсолютной погрешностью*** приближенного значения числа называется модуль разности между точным и приближенным значением: $\Delta x = |x - a|$.

Часто точное значение величины является неизвестным, следовательно, неизвестным является и точное значение абсолютной погрешности. Поэтому для оценки точности приближения вводится понятие границы абсолютной погрешности.

Определение. ***Границей абсолютной погрешности*** приближения $x \approx a$ называется такое положительное число h, больше которого абсолютная погрешность быть не может: $\Delta x = |x - a| \le h$.

В этом случае говорят, что величина x приближенно с точностью до h равна a и пишут $x \approx a$ с точностью до h или $x = a \pm h$. Таким образом, истинное значение величины x заключено между границами $a - h$ и $a + h$, т.е. $a - h \le x \le a + h$.

Граница абсолютной погрешности не определяется однозначно, поэтому в качестве границы абсолютной погрешности берут наименьшее число, которое удобно для вычислений и обеспечивает необходимую точность.

Цифра в записи приближенного числа называется верной, если абсолютная погрешность числа не превосходит единицы того разряда, в котором записана эта цифра. В противном случае она называется сомнительной.

Абсолютная погрешность приближения не характеризует качество измерений.

Действительно, если мы измеряем с точностью до 1 см какую-либо длину, то в том случае, когда речь идет об определении длины карандаша, это будет плохая точность. Если же с точностью до 1см определить длину или ширину волейбольной площадки, то это будет высокая точность.

Для характеристики качества измерения вводится понятие относительной погрешности.

Определение. ***Относительной погрешностью*** приближенного значения числа называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значения числа$\frac{\Delta x}{|a|} = \frac{|x-a|}{|a|}$.

Относительную погрешность часто обозначают ε и выражают в процентах ε $=\frac{|x-a|}{|a|}\cdot 100\%$.

Границу относительной погрешности обозначают δ, т.е. ε $=\frac{\Delta x}{|a|} \le \frac{h}{|a|} = \delta$.

8. Проценты.

Процент — одна сотая часть величины или числа. Обозначается символом %:

1% = 0,01 = $\frac{1}{100}$.

1. **Чтобы найти процент от числа**, нужно само число разделить на 100 и умножить на количество процентов.
2. **Чтобы найти число по его процентам**, нужно число разделить на количество процентов и умножить на 100.
3. **Чтобы определить процентное соотношение двух величин**, нужно одно число разделить на другое и умножить на 100%.
4. **Чтобы найти один процент от числа**, нужно само число разделить на 100.
5. **Чтобы получить нужное количество процентов**, можно найти размер 10%, а потом разделить или умножить его.

Для преобразования десятичной дроби в проценты, ее необходимо умножить на 100.

Например: 4 = 400%; 0,4 = 40%; 0,04 = 4%; 0,004 = 0.4%.

Для преобразования процентов в десятичную дробь необходимо число процентов разделить на 100.

Например: 500% = 5; 50% = 0,5; 5% = 0,05; 0,5% = 0,005.

Пример. Из 40 спортсменов клуба 12 — кандидаты в мастера спорта, какой процент составляют кандидаты?

Решение:

40 спортсменов — 100%,

12 спортсменов — X%.

Составим пропорцию: 40 × X = 12 × 100.

X = 12 × 100 / 40 = 30%.

Ответ: 30% спортсменов клуба — кандидаты в мастера спорта.

9. Действия над приближенными значениями чисел.

Чтобы приближенно найти сумму, разность, произведение, частное двух бесконечных десятичных дробей, нужно проделать соответствующие действия над их n-ми отрезками.

На практике результаты измерений и вычислений обычно выражаются в виде конечных десятичных дробей. Если в десятичной дроби, равной точному или приближенному значению некоторой величины, десятичных знаков больше, чем это необходимо по практическим соображениям, то эту дробь округляют. Операция округления состоит в отбрасывании единиц младших разрядов начиная с некоторого. Полученное число принимается за приближенное значение этой дроби.

Существуют *три способа округления* положительных десятичных дробей: округление с недостатком, округление с избытком, округление с наименьшей ошибкой.

Округление с недостатком до единиц некоторого разряда состоит в отбрасывании единиц всех младших разрядов. Все цифры дроби до данного разряда включительно не меняются, а цифры младших разрядов заменяются нулями.

Округление с избытком до единиц некоторого разряда отличается от округления с

недостатком тем, что число единиц данного разряда увеличивается на единицу.

Округление с наименьшей погрешностью производится по следующим правилам:

1) единицы всех младших разрядов отбрасываются;

2) число единиц данного разряда не меняется, если следующая цифра данной дроби меньше 5, и увеличивается на единицу, если следующая цифра больше или равна 5.

Определение. ***Значащими цифрами десятичной дроби*** называют все её цифры, кроме нулей, расположенных левее первой, отличной от нуля цифры.

Определение. ***Значащими цифрами целого числа*** называют все его цифры, кроме нулей, расположенных в конце числа, если они стоят взамен неизвестных или отброшенных цифр.

0,712 – 3 значащие цифры; 45,03 – 4 значащие цифры; 0,0016 – 2 значащие цифры.

1. При сложении и вычитании приближенных значений ответ необходимо округлить, оставив после запятой столько цифр, сколько их в менее точном числе.

Пример. Сложить приближенные числа: 2,369; 17,24; 8,653; 94,124.

Предварительно округлим данные числа до сотых и сложим их:

2,37 + 17,24 + 8,65 + 94,12 ≈ 122,38.

2. При умножении и делении приближенных значений ответ необходимо округлить, оставив в нем столько значащих цифр, сколько их в менее точном числе.

Пример. 23,41 · 0,0324 ≈ 0,758484 ≈ 0,758.

3. При вычислении значения выражения в несколько действий, в промежуточных результатах надо оставить на одну цифру больше, чем указано в правилах. В конечном действии последнюю цифру надо округлить.

Правила подсчёта цифр:

1. При сложении и вычитании приближённых чисел в результате сохраняют столько десятичных знаков, сколько их в наименее точном числе.
2. При умножении и делении приближённых чисел в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством значащих цифр.
3. При возведении в степень в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их в основании степени.
4. При извлечении корня сохраняют столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении.
5. При выполнении промежуточных действий оставляют на один знак больше, чем требуют правила, а в результате запасной знак округляют.

10. Решение целых уравнений.

Некоторые методы решения целых уравнений:

- **Разложение на множители**. Используют различные приёмы: вынесение общего множителя за скобки, применение формул сокращённого умножения, способ группировки.
- **Замена переменной**. Вводят новую переменную (подстановку) и выражают через неё исходное уравнение, получая новое уравнение, из которого находят корни исходного.
- **Метод подбора корня**. Предполагаемое решение подставляют в уравнение и проверяют, при каких значениях оно обращается в ноль.

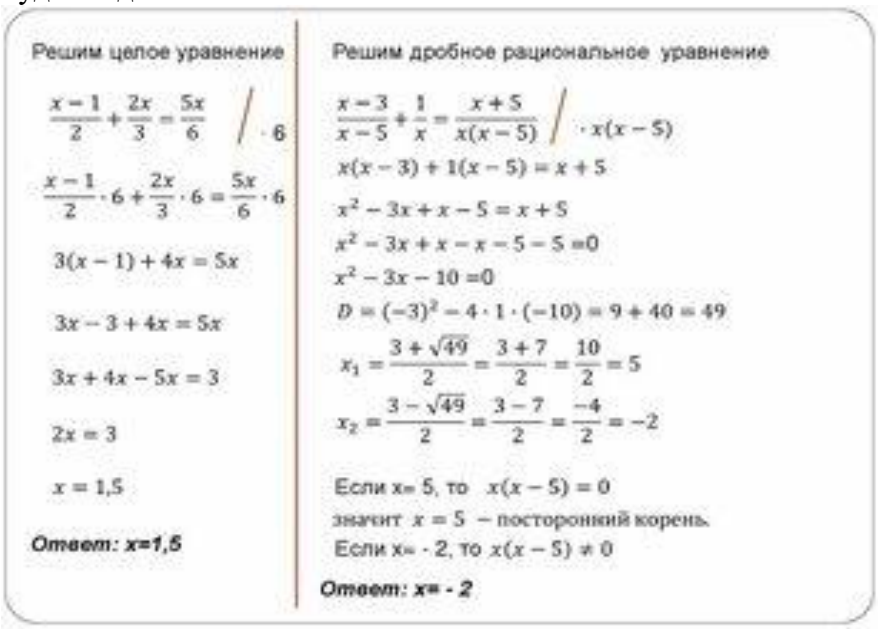


11. Решение дробно-рациональных уравнений.

Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

1. Определить область допустимых значений (ОДЗ).
2. Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.
3. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель, чтобы избавиться от дробей.
4. Решить получившееся целое уравнение.
5. Исключить из корней те, при которых общий знаменатель равен нулю.

Важно проверить, не исчезли ли возможные решения при умножении на знаменатель. Если какое-то значение переменной приводит к делению на ноль, то решение будет недействительным.



12. Решение целых и дробно-рациональных неравенств.

Для решения целых и дробно-рациональных неравенств применяют метод интервалов.

Алгоритм метода интервалов:

1. Перенести все члены неравенства в левую часть, если неравенство дробно-рациональное, то привести левую часть к общему знаменателю.
2. Найти все значения переменной, при которых числитель и знаменатель обращаются в ноль.

3. Нанести найденные точки на числовую прямую, разбивая её на интервалы, в каждом из которых рациональная функция сохраняет знак.

4. Определить знак функции на любом из интервалов (лучше крайнем).

5. Определить знаки на остальных интервалах: при переходе через точку знак меняется на противоположный, если точка является корнем нечётной степени кратности (то есть встречается нечётное количество раз среди корней числителя и знаменателя); при переходе через точку чётной кратности знак сохраняется.

6. Множеством решений неравенства является объединение интервалов с соответствующим знаком функции. В случае нестрогого неравенства к этому множеству добавляются корни числителя (но не знаменателя!).

13. Применение расчетов в физической культуре и спорте.

Математические методы широко применяются в физической культуре и спорте:

- **Анализ результатов соревнований.** Статистические данные позволяют выявлять сильные и слабые стороны, прогнозировать будущие достижения.
- **Разработка тактики и стратегии.** В командных видах спорта (футбол, баскетбол) тренеры используют математические модели для разработки игровых схем и анализа поведения соперника.
- **Оценка физической подготовки.** Учитываются такие параметры, как скорость, сила, выносливость и гибкость, которые выражаются в числах.
- **Планирование тренировочного процесса.** Производится математический расчёт нагрузки для спортсмена с учётом его роста, веса, возраста, частоты сердечных сокращений и других факторов.
- **Конструирование спортивного инвентаря.** Математика помогает создавать формы снарядов и тренажёров, просчитывать оптимальные по энергозатратам и эффективности движения.

Лекция 2

ТЕМА: « СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК. ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ»

Содержание Лекции:

1.Степенная функция. Свойства степенной функции.

2. Построение графика степенной функции.

3. Взаимно обратные функции.

4. Применение степенной функции в спорте.

1. **Определение.** ***Степенной функцией*** называют функцию вида $y = x^p$, где p — заданное действительное число.

Свойства степенной функции.

Некоторые свойства степенной функции в зависимости от показателя p:

- **Если *p* — чётное натуральное число** (например, $2n$):

- область определения — все действительные числа;
- множество значений — неотрицательные числа ($y \geq 0$);
- функция чётная;
- убывает на промежутке $x \leq 0$ и возрастает на промежутке $x \geq 0$.

- **Если *p* — нечётное натуральное число** (например, $2n - 1$):

- область определения — все действительные числа;
- множество значений — тоже все действительные числа;
-функция нечётная;
- возрастает на всей действительной оси.

- **Если *p* — отрицательное действительное число**:

- область определения — положительные числа ($x > 0$);
- множество значений — тоже положительные числа ($y > 0$);
- функция убывает на промежутке $x > 0$.

- **Если p — положительное действительное нецелое число**:

- область определения — неотрицательные числа ($x \geq 0$);
- множество значений — неотрицательные числа ($y \geq 0$);
- функция возрастает на промежутке $x \geq 0$.

2. Построение графика степенной функции.

Графики степенных функций при разных значениях показателя p имеют различные виды:

- **Если p — натуральное число**:

- при $n = 1$ — прямая;
- при $n = 2$ — парабола;
- при $n = 3$ — кубическая парабола.

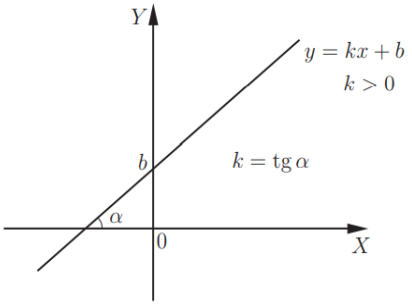
- **Если p — целое отрицательное число**:

- при чётном p — вид параболы;
- при нечётном p — вид гиперболы.

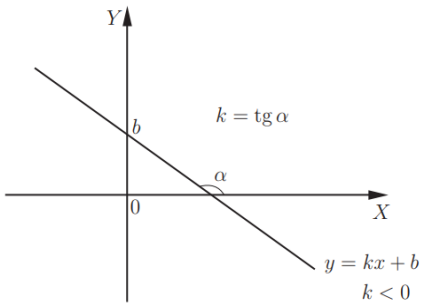
Расскажем подробно об этих функциях и их графиках.

1. *Линейная функция* $y=kx+b$. График — прямая линия. Для её построения достаточно двух точек.

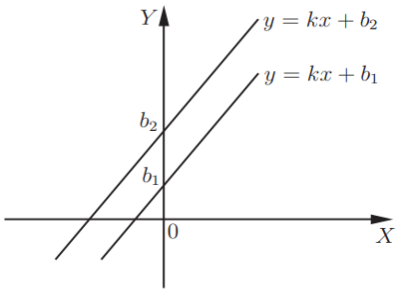
Если $k>0$, линейная функция возрастает. Чем больше k, тем круче идет график. Число k называется угловым коэффициентом прямой и равно тангенсу угла наклона этой прямой к положительному направлению оси X:



Если $k<0$, линейная функция убывает. Очевидно, в этом случае угол α — тупой и $\mathrm{tg}\alpha<0$.



Если $k=0$, мы получим прямую $y=b$, параллельную оси X.
Если угловые коэффициенты прямых равны — прямые параллельны.



2. *Квадратичная функция* (парабола) $y=ax^2+bx+c$.

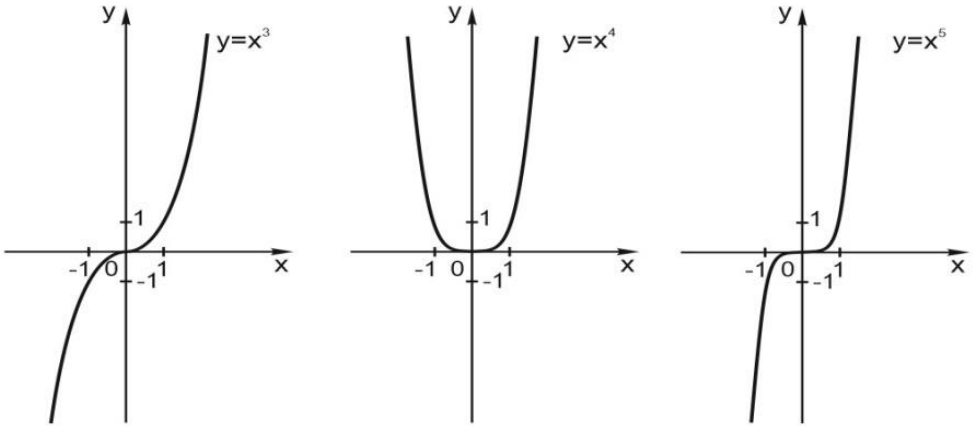
- Если $a>0$, ветви параболы направлены вверх. Если $a<0$ — вниз.

- Координаты вершины параболы находятся по формулам: $x_0=-\frac{b}{2a}$, $y_0=y(x_0)$.

- Точки пересечения параболы с осью X находятся как корни квадратного уравнения $y=ax^2+bx+c=0$. Если корней нет (дискриминант уравнения меньше нуля), парабола не пересекает ось X.

- Точку пересечения параболы с осью Y находим, подставив в её уравнение $x=0$.

3. На рисунках функции $y=x^3$ (кубическая парабола), $y=x^4$ и $y=x^5$.



4. Заметим, что между функциями $y=x^2$ и $y=x^4$ есть определенное сходство. Оба этих графика симметричны относительно оси Y. Такие функции называются **чётными**.

Определение. Функция $y=f(x)$ называется ***чётной***, если:

1) область определения функции симметрична относительно нуля;

2) для каждого x из области определения выполняется равенство $f(-x)=f(x)$.

Графики функций $y=x^3$ и $y=x^5$ симметричны относительно начала координат. Эти функции — нечётные.

Определение. Функция $y=f(x)$ называется ***нечётной***, если:

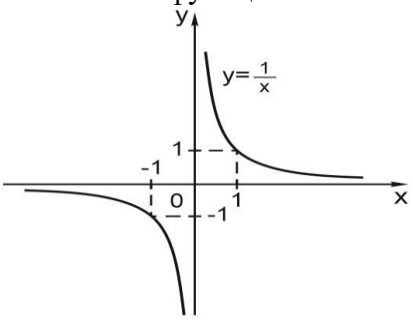
1) область определения функции симметрична относительно нуля;

2) для каждого x из области определения выполняется равенство $f(-x)=-f(x)$.

5. Функция $y=\frac{1}{x}$ (гипербола) также относится к степенным. Ведь $\frac{1}{x}=x^{-1}$. Поскольку

знаменатель не должен обращаться в ноль, эта функция не определена при $x=0$. Гипербола

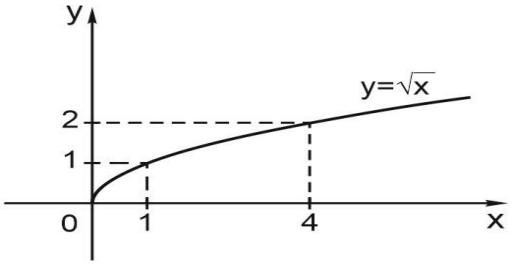
является нечётной функцией. Её график симметричен относительно начала координат.



6. Построим график функции $y=\sqrt{x}$.

Выражение $\sqrt{x}$ определено при x≥0, поэтому область определения функции — все неотрицательные числа.

Кроме того, $y=\sqrt{x}$ принимает только неотрицательные значения, поскольку $\sqrt{x}\geq 0$.



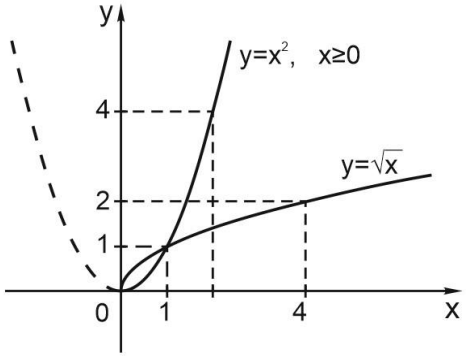
3. Взаимно обратные функции — это пара функций, каждая из которых является обратной к другой. То есть, если значения исходной функции подставить в её обратную, то получатся те же значения, что и на входе. Соответственно, если значения обратной функции подставить в исходную, то также получатся исходные значения.

Свойства взаимно обратных функций:

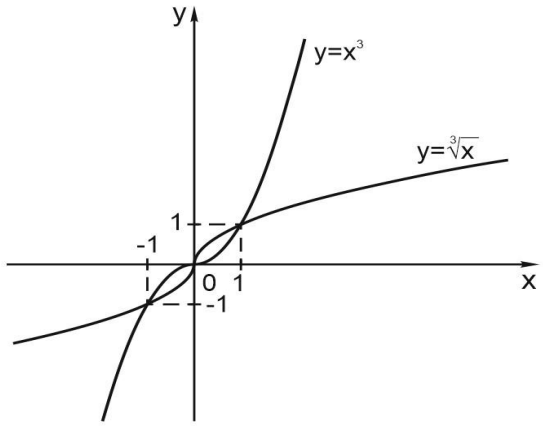
- Область определения обратной функции совпадает со множеством значений исходной функции, и наоборот.
- Графики взаимно обратных функций, построенные в одной и той же системе координат, симметричны друг другу относительно прямой $y = x$.

Изобразим на одном графике параболу $y=x^2$ и функцию $y=\sqrt{x}$.

Сейчас нас интересует правая ветвь параболы, при $x\geq 0$. Мы видим, что эта часть параболы и график функции $y=\sqrt{x}$ словно нарисованы по одному шаблону, по-разному расположенному в координатной плоскости. Они симметричны относительно прямой $y=x$. То, что для одной из них — область определения, для другой — область значений.



Легко убедиться, что функция $y=\sqrt[3]{x}$ является обратной к функции $y=x^3$.



4. В спортивной биомеханике степенная функция используется для описания **динамики движения**. Например, при анализе бега или прыжка степенная функция позволяет выразить зависимость перемещения от времени в виде уравнения, которое учитывает скорость, ускорение и другие параметры.

Кривая рекордов.

Для описания **«кривой рекордов»** (динамики спортивных достижений) в циклических видах спорта также применяется степенная функция. Например, зависимость между скоростью и дистанцией в беге или плавании аппроксимируется степенной функцией, которая учитывает аэробную и анаэробную зоны энергетической производительности.

Уравнение такой зависимости может иметь вид: $\boldsymbol{lgV = lgVO_i - klgS}$ для анаэробной зоны или $\boldsymbol{lgV = lgVO_2 - k^2lgS}$ для аэробной зоны, где V — скорость, VO_i и VO_2 — коэффициенты, S — длина дистанции, k — константы снижения скорости с увеличением дистанции.

Расчеты показателей состояния спортсмена.

В спортивной метрологии степенная функция используется для **расчёта эргометрических показателей**, которые характеризуют работоспособность и состояние спортсмена. Например, по индивидуальным результатам на различных дистанциях рассчитываются параметры степенной зависимости «скорость-время» или «дистанция-время», которые служат показателями выносливости.

Также степенная функция применяется для **прогнозирования функционального состояния спортсмена** на основе данных о направленности тренировочного процесса и характере планируемых нагрузок. Например, процесс роста тренированности и утомления может быть описан степенной функцией с учётом коэффициентов, которые подбираются при проведении тестовых заданий.

Лекция 3

ТЕМА: «ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИК»

Содержание Лекции:

1. ***Показательная функция и её свойства.***
2. ***График показательной функции.***
3. ***Применение показательной функции в спорте.***

1. **Определение.** ***Показательной функцией*** называется функция вида $\boldsymbol{y = a^x}$, где:

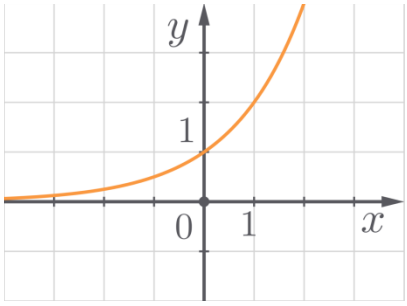
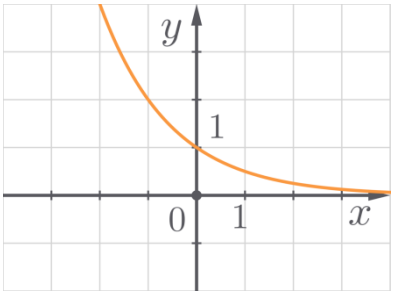
$\boldsymbol{a}$ — заданное положительное число (основание степени, $\boldsymbol{a}>0$, $\boldsymbol{a}\neq1$);

$\boldsymbol{x}$ — переменная

Основные свойства показательной функции.

1. Область определения функции − множество R действительных чисел.
2. Область значений функции: E(y)=(0;+∞).
3. Монотонность**:** при $a > 1$ функция монотонно возрастает, при $0 < a < 1$ — монотонно убывает
4. Функция ни четная, ни нечетная.
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу.
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
7. Непрерывна.
8. График любой показательной функции проходит через точку (0;1).
9. Функция не имеет корней — при основании $a > 0$ она не обращается в 0 ни при каких значениях x.
10. Показательная функция не имеет точек экстремума, то есть она не имеет точек минимума и максимума функции.

2. График показательной функции.

Если **a > 1** , то функция является строго возрастающей.	Если же **0 < a < 1** , то функция является строго убывающей.
	

3. **Показательная функция (показатели) широко используется в спортивных анализах и тренировках** для описания процессов роста и изменения показателей, анализа динамики нагрузки и скорости восстановления.

Описание процессов роста и изменения показателей.

Показатели, отражающие рост и изменение показателей в спорте, включают, например:

- **Абсолютный прирост результатов**. Характеризует размер увеличения (уменьшения) уровня спортивных достижений за определённый промежуток времени.
- **Коэффициент роста**. Показывает, во сколько раз данный уровень динамики больше (или меньше) базисного уровня.
- **Плотность спортивных результатов**. Характеризует степень концентрированности лучших достижений спортсменов в определённых интервалах времени.

Эти показатели позволяют оценить динамику развития спортивной формы, успешность выступления в соревнованиях и другие аспекты.



Анализ динамики нагрузки.

Показатели динамики нагрузки в спорте включают, например:

- **Объём нагрузки** — количество физических упражнений, выполняемых за определённый промежуток времени.
- **Интенсивность нагрузок** — количество упражнений, выполненных в единицу времени, или количество энергозатрат в единицу времени.
- **Направленность нагрузки** — оценка воздействия упражнения на формирование тренировочного эффекта по конкретным физическим качествам (направленность на развитие быстроты, силы и т. д.).Анализ динамики нагрузки позволяет определить соответствие её возможностям спортсмена, выявить необходимость снижения нагрузки или, наоборот, увеличения требований.

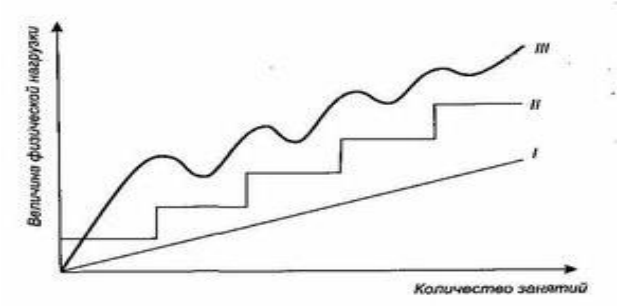


Рис. 8. Формы динамики суммарной нагрузки в физическом воспитании: I — линейно восходящая; II — ступенчато восходящая; III — волнообразно восходящая

Анализ скорости восстановления.

Показатели скорости восстановления в спорте включают, например:

- **Время восстановления мышц** после тренировки. Усреднённые значения зависят от типа и длительности тренировки, а также объёма нагрузки.
- **Скорость устранения кислородного долга** после физических нагрузок. Сразу после окончания работы восстановление идёт быстро, а затем скорость снижается.
- **Скорость исчезновения ферментов** в крови после нагрузок. Например, скорость исчезновения альдолазы и каталазы свидетельствует о скорости восстановления организма.

Учёт скорости восстановления позволяет рационально планировать тренировочные нагрузки, учитывать индивидуальные особенности организма (возраст, уровень физической подготовки и др.).

Лекция 4

ТЕМА: «ЛОГАРИФМ ЧИСЛА. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ. ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ»

Содержание Лекции:

1. Логарифм числа.
2. Свойства логарифмов.
3. Десятичные и натуральные логарифмы.
4. Применение логарифмов в спорте.

1. **Определение.** ***Логарифмом*** положительного числа b по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b:

$\log_a b = n,\ b = a^n$.

Так как $a^n > 0$ для любого n, логарифм отрицательного числа, так же как логарифм нуля, не существует (не имеет смысла).

Из определения логарифма очевидно следует, что $a^{\log_a b} = b$. Это утверждение называют «основным логарифмическим тождеством».

Например, $\log_5 25 = 2$, т.к. $5^2 = 25$; $\log_3 3 = 1$, т.к. $3^1 = 3$.

Из определения логарифма следуют формулы: $\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$, $\log_a a^c = c$.
Действие нахождения логарифма числа называется **логарифмированием**.

2. Свойства логарифмов.

1. $\log_a 1 = 0$;
2. $\log_a a = 1$;
3. $\log_a \frac{1}{a} = -1$;
4. $\log_{a^k} a = \frac{1}{k}$;
5. $\log_a a^m = m$;
6. $\log_{a^k} a^m = \frac{m}{k}$;
7. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$;
8. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$;
9. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b$;
10. $\log_a b^m = m \log_a b$;
11. $\log_{a^k} b^m = \frac{m}{k}\log_a b$;
12. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$;
13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$;
14. $\log_a b \cdot \log_c d = \log_c b \cdot \log_a d$
15. $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

3. Десятичные и натуральные логарифмы.

Определение. ***Десятичным логарифмом*** числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут lgb вместо $\log_{10} b$, т.е. $\log_{10} b = lgb$.

Определение. ***Натуральным логарифмом*** числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e – иррациональное число, приближённо равное 2,718. При этом пишут $ln\ b$ вместо $\log_e b$, т.е. $\log_e b = lnb$.

Примеры.

1. $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2\log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2$
2. $\log_9 \sqrt{3} = \log_{3^2} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{2}\log_3 3 = \frac{1}{4}$
3. $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7} = \log_5 49 + \log_5 \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \log_5 49 + \log_5 \frac{25}{49} = \log_5 (49 \cdot \frac{25}{49}) = \log_5 25 = 2$.
4. $\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1$.
5. $216^{\log_6 7} = (6^3)^{\log_6 7} = 6^{3\log_6 7} = \left(6^{\log_6 7}\right)^3 = 7^3 = 343$.
6. $\frac{\log_2 729}{\log_2 9} = \log_9 729 = 3$
7. $\log_5 2 \cdot \log_2 25 = \log_5 2 \cdot \log_2 5^2 = 2\log_5 2 \cdot \log_2 5 = 2$.

4. Логарифмы применяются в спорте для анализа данных, прогнозирования результатов и оптимизации тренировочных программ.

4. *Примеры применения:*

- **Моделирование спортивной статистики**. Логарифмические функции используются для создания рейтингов команд, прогнозирования матчей и определения оптимальных стратегий.
- **Анализ тренировочных данных**. Логарифмы помогают оценить физическую подготовку спортсменов и разработать эффективные программы тренировок.
- **Прогнозирование результатов**. На основе статистических данных и математического моделирования логарифмы позволяют предсказывать исход соревнований.

Лекция 5
ТЕМА: «ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЁ СВОЙСТВА И ГРАФИК»

Содержание Лекции:

1. ***Логарифмическая функция, ее свойства.***
2. ***График логарифмической функции.***
3. ***Применение логарифмических функций в спорте.***

1. **Определение.** Функцию, заданную формулой $y=log_a x$, называют ***логарифмической функцией с основанием a***, где a — положительное число, отличное от 1.

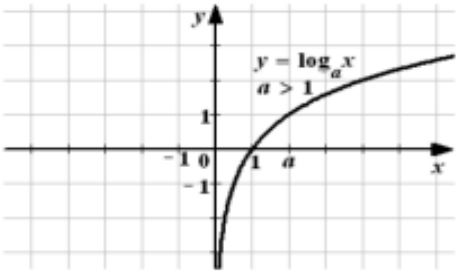
Свойства функции $y = log_a x$:

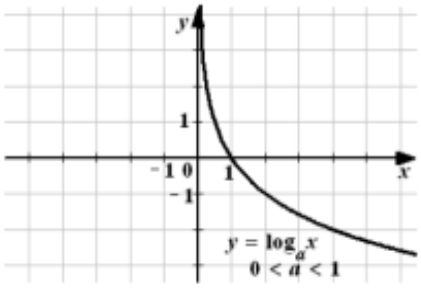
1) Область определения $D(y) = (0; +\infty)$.
2) Область значений $E(y) = (-\infty; +\infty)$.
3) Функция ни четная, ни нечетная.
4) Функция строго монотонна**:**
   - Возрастает на промежутке $(0; +\infty)$ при $a > 1$.
   - Убывает на $(0; +\infty)$ при $0 < a < 1$.
5) График любой логарифмической функции проходит через точку (1; 0).
6) Функция не является чётной или нечётной.
7) Функция не имеет точек максимума и минимума**.**
8) Функция не ограничена сверху и снизу**.**

2. График логарифмической функции.

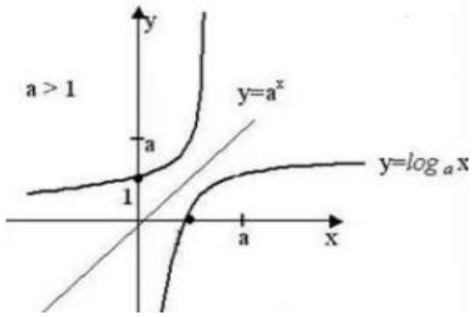
Определение. График логарифмической функции называют **логарифмической кривой**. Некоторые особенности его построения:

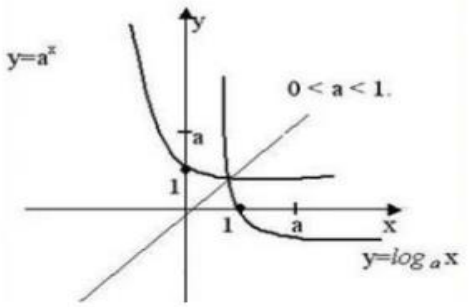
- **Вертикальная асимптота** — ось $Y = 0$, так как логарифм неположительного числа не определён.
- **Контрольные точки** — значения x, которые находятся слева и справа от асимптоты, подставляются в функцию, чтобы найти соответствующие значения y.
- **Плавное соединение точек** — кривая приближается к асимптоте по мере приближения x к 0.





Если построить в одной оси координат показательную и логарифмическую функции с одинаковыми основаниями, то графики этих функций будут симметричны относительно прямой $y = x$. Данное утверждение показано на следующем рисунке:





3. Применение логарифмических функций в спорте.

Логарифмические функции применяются в спорте для анализа данных и моделирования различных аспектов спортивной статистики.

- **Моделирование рейтингов команд**. Логарифмические функции помогают создать математическую модель, которая отражает уровень подготовки и результаты матчей, позволяя сравнивать команды по этому показателю.
- **Прогнозирование результатов матчей**. На основе логарифмических моделей можно предсказывать, какие команды и участники имеют больше шансов на победу, учитывая статистику и закономерности.
- **Определение оптимальных стратегий**. Логарифмические функции позволяют разработать стратегии, которые повышают шансы на победу, например, за счёт учёта силы соперников и результатов предыдущих матчей.

Практическое значение.

Применение логарифмических функций в спорте позволяет:

- **Улучшить принятие решений**. Математические расчёты помогают специалистам в области спорта и аналитикам принимать решения на основе точных данных.
- **Оптимизировать тренировочные процессы**. Логарифмические модели позволяют учитывать индивидуальные особенности спортсменов и разрабатывать программы, которые повышают эффективность тренировок.

Лекция 6

ТЕМА: «СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА»

Содержание Лекции:

1. ***Радианная мера угла.***
2. ***Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента.***

3. ***Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.***
4. ***Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла.***
5. ***Четность, нечетность тригонометрических функций.***
6. ***Тригонометрические функции в спорте.***

1. **Определение.** Рассмотрим окружность радиуса, равному 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат *xOy* с центром в начале координат. Такую окружность называют **единичной** или **тригонометрической**.

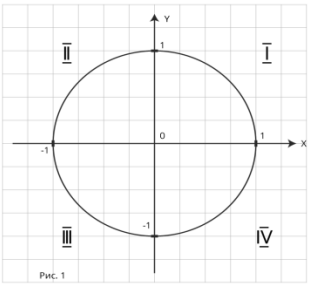
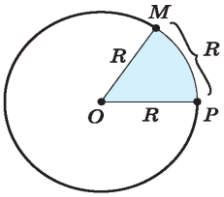


Рис. 1

Длина этой окружности $C = 2\pi R$. А учитывая, что *R=1*, $C = 2\pi$, осями координат она поделена на четыре дуги, которые находятся соответственно в I, II, III и IV координатных четвертях.

Длина полуокружности равна π. А так как образовался развернутый угол, то $\pi = 180^\circ$.

Рассмотрим дугу, равную по длине радиусу единичной окружности. Полученный центральный угол POM равен длине дуги MP=R.



Определение. ***Углом в 1 радиан*** называется центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.

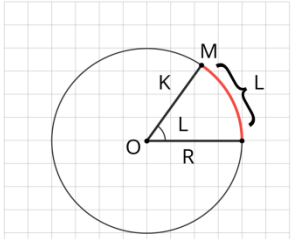
Обозначается *1рад.*

$$\mathbf{1}\text{рад} = \frac{180^\circ}{\pi};$$

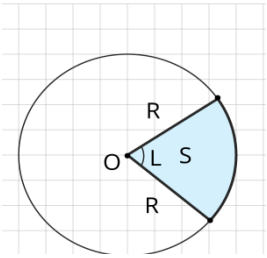
подставим в эту формулу $\pi \approx 3{,}14$, получим: $\mathbf{1}$ рад $\approx \mathbf{57{,}3^\circ}$;

Угол, равный α рад, вычисляется по формуле: α *рад=(180/π α)°* .

Длину дуги l окружности радиуса R можно вычислять по формуле: $l = \alpha R$.



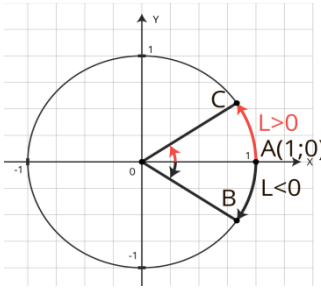
Площадь S кругового сектора радиуса R и дугой α рад находят по формуле: $S = \frac{R^2}{2}\alpha$, где $\alpha \in (0;\pi)$.



Вернёмся к единичной окружности в координатной плоскости.

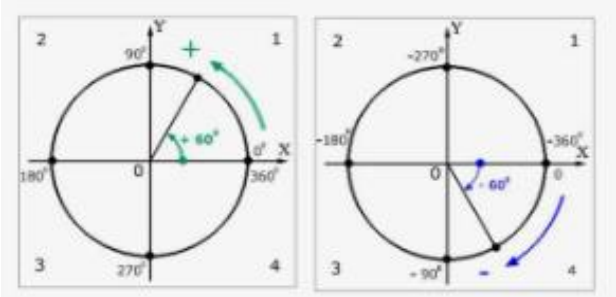
Каждая точка этой окружности будет иметь координаты *x* и *y* такие, что выполняются неравенства **-1≤ x ≤ 1; -1≤ y ≤ 1.**

Введём понятие поворота точки.



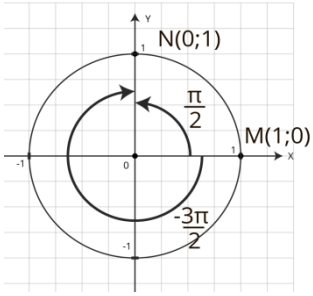
1. Пусть $\alpha > 0$. Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности против часовой стрелки. Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0) до точки B. Говорят, точка B получена из точки A поворотом на угол α.

2. Пусть $\alpha < 0$. Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности по часовой стрелки . Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0)до точки C. Говорят, точка C получена из точки A поворотом на угол - α.



При повороте на 0 рад точка остаётся на месте.

При повороте точки M(1;0) на угол $\frac{\pi}{2}$ получается точка N (0;1). В эту же точку можно попасть из точки M(1;0) при повороте на угол $-\frac{3\pi}{2}$.



2.* Определение.** ***Синус угла α – ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α. *Обозначается* $\sin\alpha$.

Определение. ***Косинус угла*** α – абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α. *Обозначается* $\cos\alpha$.

Определение. ***Тангенс угла*** α – отношение синуса угла к его косинусу. *Обозначается tg* α.

Определение. ***Котангенс угла*** α – отношение косинуса угла к его синусу. *Обозначается ctg* α.

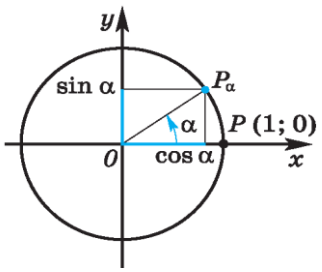
Определение. На единичной окружности касательная, проведенная к точке (1; 0) называется ***линией тангенсов***.

Касательная, проведенная к точке (0; 1) - ***линия котангенсов***.

Для любого допустимого значения α справедливы равенства:

- $\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha$,
- $\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha$.
- $\operatorname{tg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{tg}\alpha$;
- $\operatorname{ctg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{ctg}\alpha$, где $k \in Z$.

3. **Определение.** Рассмотрим окружность радиуса, равного 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат *xOy* с центром в начале координат. Такую окружность называют *единичной* или *тригонометрической*.



Точка P (1; 0) при повороте вокруг начала координат на угол α переместилась в точку P_α. Определим её координаты.

Определение. ***Синусом угла*** α называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается $\sin\alpha$.

Определение. ***Косинусом угла*** α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается $\cos\alpha$.

Угол α может выражаться и в градусах и в радианах.

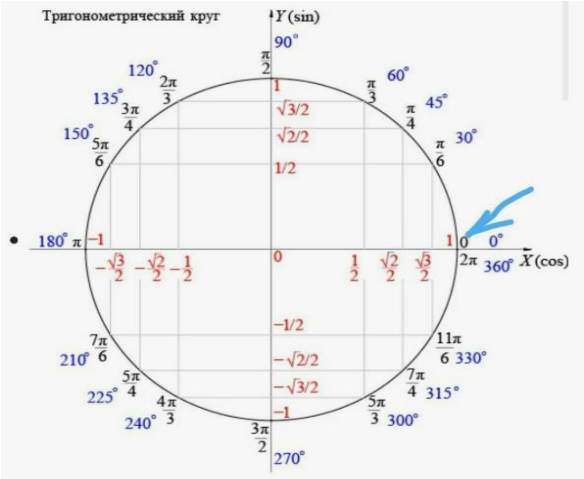
Определение. ***Тангенсом угла*** α называется отношение синуса угла к его косинусу. Обозначается **tg** α.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \text{ где } \cos\alpha \neq 0$$

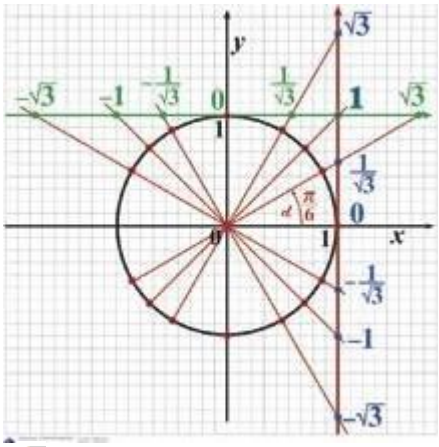
Определение. ***Котангенсом угла*** α называется отношение косинуса угла к его синусу. Обозначается **ctg** α.

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}, \text{ где } \sin\alpha \neq 0$$

Меру угла α (в радианах) можно рассматривать как действительное число, поэтому $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ – это числовые выражения. А так как каждая точка единичной окружности имеет координаты x и y такие, что выполняются неравенства **$-1 \le x \le 1$; $-1 \le y \le 1$,** то синус и косинус не могут превышать значения, больше $|1|$.



Тангенсы и котангенсы, также как и синусы, косинусы, можно определить по единичной окружности.



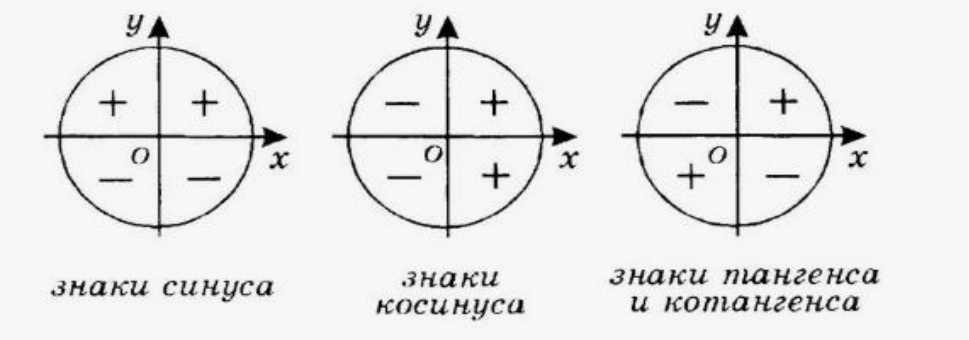
Например, чтобы найти tg $\frac{\pi}{6}$, находим пересечение радиус-вектора под углом $\frac{\pi}{6}$ с линией тангеса. Это число $\frac{1}{\sqrt{3}}$, или $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Чтобы найти ctg $\frac{\pi}{6}$, радиус-вектор под углом $\frac{\pi}{6}$ должен пересечь линию котангенсов. Это число $\sqrt{3}$.

таблица значений тригонометрических функций:

α	0° (0 рад)	30° (π/6)	45° (π/4)	60° (π/3)	90° (π/2)	180° (π)	270° (3π/2)	360° (2π)
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∅	0	∅	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	∅	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	∅	0	∅

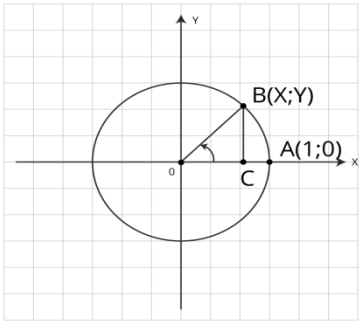
Знаки значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа.



4. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла.

Рассмотрим точку *B(x;y)*, лежащую на тригонометрической окружности . Она получена поворотом точки *A(1;0)* вокруг начала координат на угол α.

Синусом угла α является ***ордината*** точки *B(x;y)*. ***Косинусом угла*** α является её ***абсцисса***.



Образовался прямоугольный треугольник OBC. По теореме Пифагора $OB^2 = OC^2 + BC^2$.

Катет OC - это абсцисса точки B или $\cos\alpha$, катет BC- её ордината, или $\sin\alpha$, а гипотенуза OB - радиус единичной окружности, OB=1.Получаем формулу:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

В тригонометрии её называют ***основным тригонометрическим тождеством.*** Она связывает синус с косинусом. А это значит, что зная значения синуса, можно найти значения косинуса и наоборот.

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

В этих равенствах знаки перед корнем определяются по знакам синуса и косинуса.

Пример. Найти $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Выясним знак косинуса. Из условия определяем, что угол α в 4 четверти, $\cos\alpha > 0$, получаем:

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Ответ: $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

Зависимость между тангенсом и котангенсом одного угла.

По определению : $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Перемножим эти равенства и получим формулу, которая связывает тангенс и котангенс:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1.$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$ и $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$, причём угол $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \epsilon Z$ и $\alpha \neq \pi k, k \epsilon Z$.

Из этих формул видно, что тангенс и котангенс являются взаимно обратными числами.

Если $\operatorname{tg}\alpha = \frac{11}{7}$, то $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{7}{11}$.

Связь между тангенсом и косинусом.

Рассмотрим равенство $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

и обе части возведём в квадрат: $\operatorname{tg}\alpha^2 = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$, получаем:

$\operatorname{tg}\alpha^2 = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$, где $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \epsilon Z$

По этой формуле можно находить значение тангенса по заданному значению косинуса и наоборот находить косинус, если известен тангенс.

Применяя тригонометрические формулы, можно зная одно из чисел $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$, найти остальные три. Эти формулы являются тождествами.

5. Четность, нечетность тригонометрических функций.



6. Тригонометрические функции в спорте.

Тригонометрические функции (синус, косинус, тангенс и другие) применяются в спорте для расчёта различных параметров, связанных с движением и силами.

Применение синуса и косинуса.

- **Расчёт траекторий мячей**. Синус используется для определения отношения длины стороны, противоположной углу, к гипотенузе в прямоугольном треугольнике, что важно при анализе движения мяча.
- **Расчёт сил**. Косинус применяется для вычисления силы реакции опоры при движении по наклонной плоскости, так как сила реакции — это проекция силы тяжести на вертикальную ось. Синус, в свою очередь, используется для определения силы тяги — проекции силы тяжести на горизонтальную ось.
- **Решение задач об углах**. Обратные тригонометрические функции (арксин, арккосинус, арктангенс) помогают найти угол, соответствующий заданному отношению сторон в прямоугольном треугольнике, что важно, когда угол между силами неизвестен.

Другие тригонометрические функции.

- **Тангенс** используется для расчёта отношения противолежащего катета к прилежащему, что может быть полезно в задачах, связанных с движением по наклонной плоскости или броском мяча.
- **Котангенс** применяется для расчёта отношения прилежащего катета к противолежащему, что также может использоваться в задачах, где нужно учесть угол между силами.

Лекция 7

ТЕМА: «ПРЕДМЕТ СТЕРЕОМЕТРИИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТЕРЕОМЕТРИИ: ТОЧКА, ПРЯМАЯ, ПЛОСКОСТЬ, ПРОСТРАНСТВО. АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ ПРОСТЕЙШИЕ СЛЕДСТВИЯ»

Содержание Лекции:

1. ***Предмет стереометрии. Основные фигуры стереометрии.***
2. ***Аксиомы стереометрии, следствия из них.***
3. ***Применение стереометрии в физической культуре и спорте.***

1. Предмет стереометрии. Основные фигуры стереометрии.

Изучение геометрии начинается с планиметрии. Планиметрия – раздел математики, изучающий свойства геометрических фигур на плоскости: прямых, многоугольников, окружностей.

Что же такая геометрическая фигура и существуют ли геометрические фигуры в окружающем нас реальном мире?

Обычно, когда мы говорим о прямой, мы представляем себе тонкую натянутую, об окружности – обод колеса, но понимаем, что даже самая тонкая нить имеет определенную толщину и поэтому не является прямой в том идеальном смысле, как мы мыслим себе прямую в геометрии. То же самое относится к окружности и другим геометрическим фигурам.

Таким образом, в реальном мире мы оперируем с предметами, которые имеем дело с предметами, которые являются прообразами геометрических фигур и лишь дают представление о геометрических фигурах, сами же геометрические фигуры – это воображаемые (идеальные) объекты. Они существуют лишь в нашем воображении.

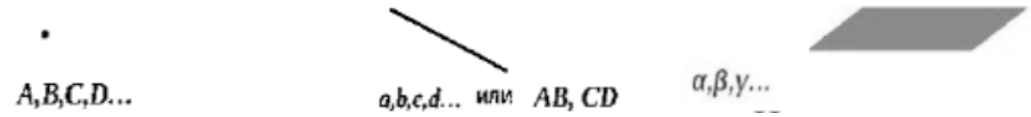
Но зачем же тогда изучать воображаемые объекты? Ответом на этот вопрос можно связать с сутью не только геометрии, но и всей математики. С греческого слово «математика» переводится как «познание» и является мощным инструментом познания реального мира (биологические, физические, химические, и даже социальные явления).

Изучая свойства геометрических фигур – воображаемых объектов, мы получаем представление о геометрических свойствах реальных предметов (их форме, взаимном

расположении и т.д.) и можем использовать эти свойства в практической деятельности. В этом и состоит практическое (прикладное) значение геометрии.

Раздел геометрии, изучающий свойства геометрических фигур в пространстве, называется стереометрией. Слово стереометрия происходит от греческих слов «стереос» – объемный, пространственный и «метрио» – измерять. Стереометрия широко используется в строительстве, архитектуре, многих других областях науки и техники.

Основными фигурами стереометрии являются точка, прямая и плоскость. Точка и прямая изображаются и обозначаются так же, как и в планиметрии, плоскость принято изображать в виде параллелограмма и обозначать греческими буквами.



Наряду с этими фигурами мы будем изучать так называемые геометрические тела и их поверхности. Представление о геометрических телах дают окружающие нас предметы. Например, кристаллы имеют форму геометрических тел, поверхности которых составлены из многоугольников. Такие поверхности называют многогранниками. Одним из простейших многогранников является куб. Капля жидкости в невесомости принимает форму геометрического тела, называемого шаром. Такую же форму имеет футбольный мяч. Консервная банка имеет форму геометрического тела, называемого цилиндром.

Геометрическое тело представляется как часть пространства, отделенная от остальной части пространства поверхностью – границей этого тела. Так, граница шара – сфера, граница куба – квадраты и т.д.

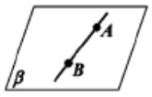
При изучении пространственных фигур используются их изображения на чертеже. Изображением пространственной фигуры служит ее проекция на плоскость. Одна и та же фигура допускает различные изображения. Обычно выбираются то из них, которое создает правильное представление о форме фигуры и
наиболее удобно для исследования ее свойств. Обратите внимание, что невидимые части изображаемых фигур изображаются штриховыми линиями.

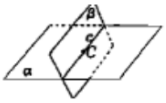


2. Аксиомы стереометрии и их следствия.

Основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах. Надо отметить, что многие аксиомы стереометрии созвучны с аксиомами планиметрии.

Аксиома 1. Через любые три точки пространства, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость. 

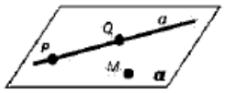
Аксиома 2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки этой прямой лежат в плоскости. 

Аксиома 3. Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой. 

Следствия из аксиом:

Теорема (о прямой и не лежащей на ней точке).

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.



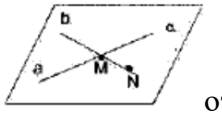
Доказательство.

На прямой *a* выберем точки *P* и *Q*. Точки *M, P* и *Q* не лежат на одной прямой, поэтому, согласно аксиоме 1, через эти точки проходит единственная плоскость . Поскольку точки P и Q прямой *a* лежат в плоскости, то по аксиоме 2 прямая *a* лежит в плоскости . Единственность плоскости следует из того, что любая плоскость, проходящая через точку *M* и прямую *a*, проходит через точки *M,P* и *Q*, а значит, совпадает с плоскостью , поскольку через три точки проходит только одна плоскость. Теорема доказана.

Теорема (о двух пересекающихся прямых).

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна.

Доказательство. Пусть прямые *a* и *b* пересекаются в точке *M*. На прямой *b*



отметим точку *N*. По теореме о прямой и не лежащей на ней точке, через прямую a и точку *N* проходит единственная плоскость. С другой стороны, точки *M* и *N* прямой *b* лежат в плоскости, а значит, по аксиоме 2, вся прямая *b* принадлежит плоскости. Теорема доказана.

3. Применение стереометрии в физической культуре и спорте.

Некоторые аспекты применения:

- **Моделирование спортивных объектов**. Стереометрические принципы помогают в планировании и организации спортивных сооружений. Например, стереометрия используется для определения оптимальных траекторий движения в различных видах спорта, таких как плавание, лёгкая атлетика и другие.
- **Анализ изометрических упражнений**. Стереометрические принципы применяются для анализа техники выполнения упражнений, что способствует улучшению спортивных результатов и повышению эффективности тренировок. Изометрический метод основан на выполнении кратковременных максимальных напряжений без изменения длины мышц.
- **Проектирование спортивных снарядов**. Стереометрия используется для конструирования спортивных снарядов и тренажёров, а также планирования тренировочных нагрузок. Например, с помощью стереометрических расчётов изучают траектории мяча, углы броска и удара, влияние размеров и форм игровых площадок на результативность игры.

Таким образом, стереометрия играет важную роль в разных аспектах физической культуры и спорта: от организации пространств для тренировок и соревнований до разработки стратегий тренировки и анализа движений в спортивной биомеханике.

Лекция 8

ТЕМА: «ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ: ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ И СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ. УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ПРЯМЫМИ»

Содержание Лекции:

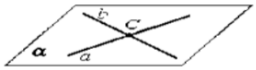
1. ***Три случая взаимного расположения прямых в пространстве.***
2. ***Теоремы о параллельных прямых.***
3. ***Теоремы о скрещивающихся прямых.***

4. ***Угол между прямыми в пространстве.***
5. ***Практическое применение параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых в спорте.***

1. Три случая взаимного расположения прямых в пространстве.

Существует три варианта взаимного расположения двух прямых в пространстве: прямые могут быть пересекающимися, параллельными и скрещивающимися.

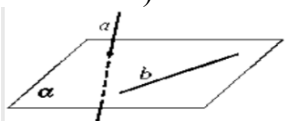
Пересекающиеся прямые – лежат в одной плоскости, имеют одну общую точку.



Параллельные прямые – лежат в одной плоскости, не имеют общих точек (не пересекаются).



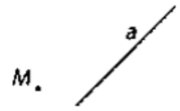
Скрещивающиеся прямые – не лежат в одной плоскости, не имеют общих точек (не пересекаются).



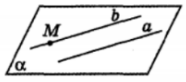
Для пересекающихся прямых в предыдущей лекции была рассмотрена теорема о двух пересекающихся прямых.

2. Теоремы о параллельных прямых.

Теорема (о параллельных прямых). Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



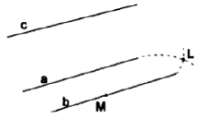
Доказательство. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна, т.е. точка M и прямая a задают плоскость α. Прямая, проходящая через точку M параллельно прямой a, должна лежать в одной плоскости с точкой M и прямой a, т.е. в плоскости α. В плоскости α через точку M проходит прямая, параллельная прямой a, и притом только одна – это нам известно из курса планиметрии.



На чертеже эта прямая обозначена буквой b. Следовательно, b – единственная прямая, проходящая через точку M параллельно прямой a. Теорема доказана.

Теорема (о трех прямых в пространстве). Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.

Доказательство. Рассмотрим прямую c, параллельную прямым b и a. Докажем, что $a \parallel b$.



Выберем на точку M на прямой b. Через прямую a и точку M, не лежащую на прямой a проходит единственная плоскость α. Прямая b может пересекать плоскость α или лежать в ней.

Если b пересекает плоскость α, то параллельная ей прямая c, также пересекает плоскость α. По условию, $a \parallel c$, а значит, a тоже пересекает эту плоскость. Но прямая a не может одновременно находиться в плоскости и пересекать ее.

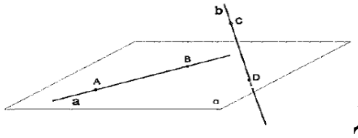
Значит, предположение что прямая b пересекает плоскость α, является неверным и прямая b лежит в плоскости α.

Докажем теперь, что прямые a и b параллельны. Предположим, что прямые a и b пересекаются в точке L. Это означает, что через точку L проходят две прямые a и b, параллельные прямой c, что невозможно по теореме о параллельных прямых. Получаем что предположение опять неверное, и прямые a и b не имеют общих точек. Таким образом, прямые a и b не имеют общих точек и находятся в одной плоскости α, значит, они параллельны. Теорема доказана.

3. Теоремы о скрещивающихся прямых.

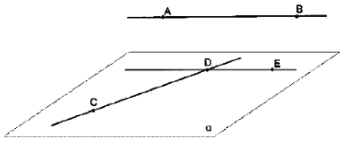
Теорема (признак скрещивающихся прямых).

Если одна из прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке не принадлежащей этой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.



Доказательство. Пусть прямая AB, лежит в плоскости, а прямая CD, пересекает плоскость в точке D, не лежащей на прямой AB. Предположим, что прямые AB и CD лежат в одной плоскости. Тогда эта плоскость проходит через прямую AB и точку D, т.е. совпадает с плоскостью α. Получили противоречие с условиями теоремы – CD не находится в плоскости α, а пересекает её. Теорема доказана.

Теорема (о скрещивающихся прямых). Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.



Доказательство. Пусть AB и CD – скрещивающиеся прямые. Через точку D проведем прямую DE, параллельную прямой AB. Тогда CD и DE – пересекающиеся прямые, через которые можно провести плоскость α. Прямая AB не лежит в этой плоскости и параллельна прямой DE, а значит, она параллельна плоскости. Любая другая плоскость, проходящая через CD, пересечется с DE и AB. Но AB параллельна плоскости α, значит, никакой другой плоскости быть не может, т.е. α – единственна. Теорема доказана.

4. Угол между прямыми в пространстве.

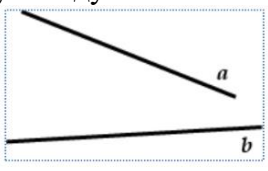
При пересечении 2-х прямых на плоскости образуются четыре неразвернутых угла.

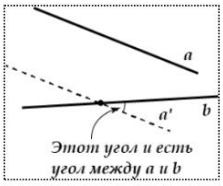


Определение. ***Углом α между пересекающимися прямыми*** называют тот из четырёх неразвёрнутых углов, которые образуются при пересечении двух прямых, который не превосходит любой из трёх остальных углов. Очевидно, что $0<\alpha<90°$.

Чтобы определить угол между скрещивающимися прямыми a и b через произвольную точку одной прямой (например b), нужно провести прямую $a' \| a$.

Получаем пересекающиеся прямые a' и b, лежащие в одной плоскости. Угол между a' и b будет равен углу между a и b.





Таким образом:

1. Если прямые параллельны, то угол между ними – 0°

2. Углом между двумя пересекающимися прямыми называют величину меньшего из углов, образованных этими прямыми. Если все углы равны, то эти прямые перпендикулярны (образуют угол 90°).

3. Углом между двумя скрещивающимися прямыми называют угол между двумя пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимся прямым.

5. Практическое применение параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых в спорте.

Понятия параллельных, скрещивающихся и пересекающихся прямых находят практическое применение в спорте через анализ геометрии спортивных объектов и разметки.

Параллельные прямые используются для разметки спортивных объектов, например:

- **Беговые дорожки**. Линии разметки имеют форму параллельных прямых, что позволяет создавать равномерное распределение нагрузки при беге.
- **Футбольные ворота**. Боковые стороны ворот параллельны, они перпендикулярны к верхней перекладине, что обеспечивает стабильность и симметрию конструкции.

Скрещивающиеся прямые не применяются напрямую в спорте, но их свойства используются в геометрии спортивных объектов:

- **Тренажёры**. Например, брусья и турники, которые используются для развития разных групп мышц, лежат в параллельных плоскостях, что позволяет создавать равномерное воздействие.
- **Оборудование**. Скрещивающиеся прямые могут использоваться для расположения теннисных стоек, волейбольных сеток и других элементов, где важно соблюдать симметрию.

Пересекающиеся прямые также не используются в спорте, но их свойства применяются в геометрии спортивных объектов:

- **Трубки для крепления сетки ворот**. Пересекающиеся прямые образуют треугольники, что важно для правильного крепления сетки и фиксации ворот.
- **Разметка баскетбольной площадки**. Пересекающиеся прямые помогают определить положение осей симметрии, что важно для стандартной разметки площадки.

Лекция 9
ТЕМА: «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ»

Содержание Лекции:

1. Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости.

2. Теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости.

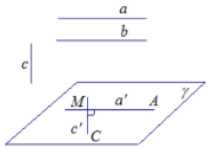
3. Свойства прямых, перпендикулярных плоскости.

1.Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости.

Определение. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°. Перпендикулярными могут быть как пересекающиеся, так и скрещивающиеся прямые.



Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

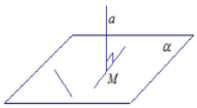


Доказательство. Рассмотрим прямые a, b и c, причем $a \parallel b$ c, $a \perp b$.

Докажем, что $b \perp c$.

Через произвольную точку M проведем прямые a' и c', соответственно параллельные прямым a и c. Тогда угол AMC равен 90°.

Прямые b и a параллельны по условию, прямая a' и a – по построению. Значит, прямые a' и b параллельны. Итак, a' и b параллельны, прямые c и c' также параллельны по построению тогда, угол между прямыми b и c равен углу между прямыми a' и c' , то есть углу AMC, равному 90°. Значит, прямые b и c перпендикулярны, что и требовалось доказать.



Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

2. Теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема (признак перпендикулярности прямой и плоскости). Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

Доказательство. Рассмотрим плоскость α и лежащие в ней две пересекающиеся прямые p и q. Пусть прямая a перпендикулярна прямой p и прямой q. Докажем, что прямая a перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости α, т.е. перпендикулярна плоскости α.

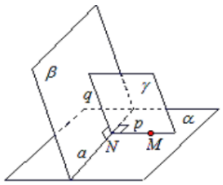
Прямые p и q пересекаются в точке O и в этойже точке прямая a пересекает плоскость α. Докажем, что прямая a перпендикулярна к произвольной прямой m из плоскости α. Через точку O проведем прямую l, параллельную прямой m. Отложим на прямой a отрезки OA и OB, причем $OA = OB$, т. е. точка O – середина отрезка AB. Проведем прямую PL, $P \in p$, $Q \in q$, $L \in l$. Прямые p и a перпендикулярны по условию,

$p \cap \alpha = O$, $AO = OB$ (по построению). Значит, p – серединный перпендикуляр к отрезку AB. Точка P лежит на прямой p, т.е. $PA = PB$. Прямые q и a перпендикулярны по условию, $q \cap a = O$, $AO = OB$ (по построению). Значит, q – серединный перпендикуляр к отрезку AB. Точка Q лежит на прямой q. Значит, $QA=QB$. Треугольники APQ и BPQ равны по трем сторонам, углы APQ и BPQ равны. Треугольники APL и BPL равны по углу и двум прилежащим сторонам. Из равенства треугольников получаем, что $AL = BL$.

Треугольник ABL равнобедренный, так как $AL = BL$. Его медиана LO является и высотой, т.е. прямая LO перпендикулярна AB. Мы получили, что прямая a перпендикулярна прямой l, а значит, и прямой m, что и требовалось доказать.

Прежде чем перейти к следующей теореме, докажем утверждение о прямой, перпендикулярной плоскости.

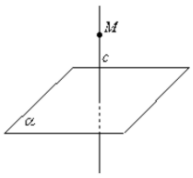
Утверждение. Через любую точку пространства проходит плоскость, перпендикулярная к данной прямой.



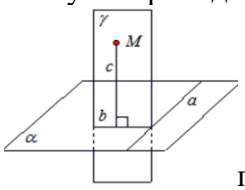
Доказательство. Рассмотрим прямую a и точку M. Докажем, что существует плоскость γ, которая проходит через точку M и перпендикулярна прямой a.

Проведем плоскости α и β через прямую a так, чтобы точка M принадлежала плоскости α. Плоскости α и β пересекаются по прямой a. Через точку M в плоскости α проведем перпендикуляр MN (или p) к прямой a, $N \in \alpha$. В плоскости β из точки N выпустим перпендикуляр q к прямой a. Прямые p и q пересекаются, значит, через них проходит некоторая плоскость γ. Тогда прямая a перпендикулярна двум пересекающимся прямым p и q из плоскости γ. Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, прямая a перпендикулярна плоскости γ.

Теорема (о прямой, перпендикулярной плоскости). Через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.



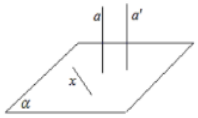
Доказательство. Пусть дана плоскость α и точка M. Докажем, что через точку M проходит единственная прямая c, перпендикулярная плоскости α. В плоскости α



проведем прямую a. Через точку M можно провести плоскость γ, перпендикулярную прямой a. Плоскости α и γ пересекаются по прямой b. Через точку M в плоскости γ проведем прямую c, перпендикулярную прямой b. Прямые c и b перпендикулярны по построению. Прямая a перпендикулярна плоскости γ, а значит, и прямой c, лежащей в плоскости γ, значит, прямые c и a перпендикулярны. Получаем, что прямая c перпендикулярна двум пересекающимся прямым из плоскости α, а следовательно, прямая c перпендикулярна плоскости α по признаку перпендикулярности прямой и плоскости. Для доказательства единственности прямой c предположим, что существует прямая 1, проходящая через точку M и перпендикулярная плоскости α. Тогда прямые c и 1 перпендикулярны плоскости α а значит, являются параллельными. Но, по построению, $c \cap 1 = M$. Получили противоречие. Значит, существует единственная прямая, проходящая через точку M и перпендикулярная плоскости α, что и требовалось доказать.

3. Свойства прямых, перпендикулярных плоскости.

Теорема (о параллельных прямых, перпендикулярных плоскости). Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



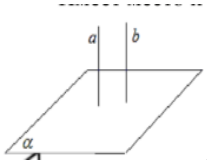
Доказательство. Пусть прямая a перпендикулярна плоскости α и параллельна прямой. Докажем, что $a' \perp \alpha$.

По определению перпендикулярности прямой и плоскости, прямая a перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости α. Пусть прямая x лежит в

плоскости α , значит, $a \perp x$. Прямая a перпендикулярна прямой x, а прямая a' параллельна прямой a, а значит, прямая a' перпендикулярна прямой x по лемме.

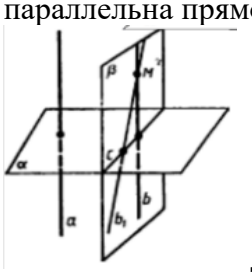
Так как прямая x выбрана произвольно, прямая a' перпендикулярна любой прямой в плоскости α, т.е. прямая x перпендикулярна плоскости α, что и требовалось доказать.

Имеет место и обратная теорема.



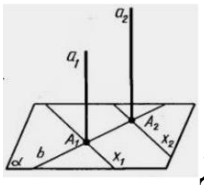
Теорема. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

Доказательство. На прямой b выберем произвольную точку M и проведем через нее прямую b_1, параллельную прямой a. Точка M принадлежит прямым b, и b_1, прямая b_1 параллельна прямой a. По предыдущей теореме $b_1 \perp \alpha$.



Доказав, что прямая b_1 совпадает с прямой b, мы докажем, что $a \parallel b$. Пусть прямые b_1 и b не совпадают. Тогда через точку M в плоскости β, содержащей прямые b и b_1, проходят две прямые, перпендикулярные к прямой c, по которой пересекаются плоскости α и β. Но это невозможно, следовательно, $a \parallel b$.

Теорема (о плоскости, перпендикулярной параллельным прямым). Если плоскость перпендикулярна одной из параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.



Доказательство. Пусть a_1 и a_2 — две параллельные прямые, α – плоскость, перпендикулярная прямой a_1. Докажем, что эта плоскость перпендикулярна и прямой a_2.

Точка A_2 – точка пересечения прямой a_2 и плоскости α. Проведем через точку A_2 в плоскости α прямую x_2 . Точка A_1 – точка пересечения прямой a_1 с плоскостью α. Проведем через точку A_1 в плоскости α прямую x_1, параллельную прямой x_2. Прямая a_1 перпендикулярна плоскости α, значит прямые a_1 и x_1 перпендикулярны, а параллельные им пересекающиеся прямые a_2 и x_2 тоже перпендикулярны. Таким образом, прямая a_2, перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости α. А это значит, что прямая a_2 перпендикулярна плоскости α. Теорема доказана.

4. Перпендикулярность плоскостей учитывается в биомеханических основах движений человека.

Выделяют три основные плоскости, которые располагаются перпендикулярно друг другу:

1. **Сагиттальная**. Расположена вертикально и ориентирована спереди назад. Отделяет правую половину тела от левой. Движения в этой плоскости: сгибание, разгибание, переразгибание позвоночника.
2. **Фронтальная**. Расположена вертикально и ориентирована справа налево. Отделяет переднюю часть тела от задней. Движения во фронтальной плоскости: отведение, приведение, латеральное сгибание позвоночника.

3. **Горизонтальная**. Расположена горизонтально и ориентирована перпендикулярно сагиттальной и фронтальной плоскостям. Разделяет тело на верх и низ. Движения в горизонтальной плоскости: супинация (вращение наружу), пронация (вращение внутрь), отведение и приведение в горизонтальной плоскости, повороты головы и туловища вправо/влево, вращение позвоночника.

Пересечение двух взаимно перпендикулярных плоскостей образует ось вращения**:**

- **Вертикальную** — пересечение сагиттальной и фронтальной плоскостей.
- **Фронтальную (поперечную)** — пересечение фронтальной и горизонтальной плоскостей.
- **Сагиттальную** — пересечение сагиттальной и горизонтальной плоскостей. Ось проходит через сустав.

Ось вращения движения всегда перпендикулярна плоскости движения**.**

Лекция 10

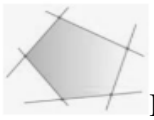
ТЕМА: «ПОНЯТИЕ МНОГОГРАННИКА»

Содержание Лекции:

1. ***Понятие многогранника. Выпуклый многогранник. Правильный многогранник.***
2. ***Геометрическое тело.***
3. ***Площадь поверхности многогранника.***
4. ***Объем многогранника.***
5. ***Применение многогранников в спорте.***
6. ***Построение и определение призмы.***
7. ***Основные свойства призмы.Виды призм.***
8. ***Параллелепипед.***
9. ***Площадь поверхности и объем призмы.***

1. Понятие многогранника.

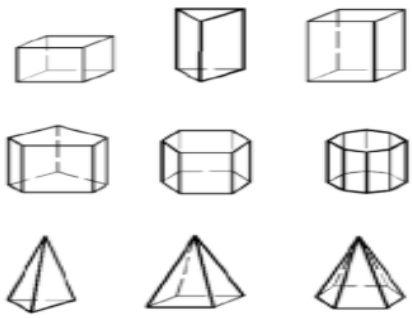
Как говорилось ранее, основными фигурами стереометрии являются точки, прямые и плоскости. Различные комбинации плоскостей образуют многогранники, которые имеют прямую аналогию с многоугольниками.



Из курса планиметрии известно, что многоугольник представляет собой часть плоскости, ограниченной пересекающимися прямыми. Отрезки этих прямых называются сторонами многоугольника, точки их пересечения – вершинами. Аналогично образуются и многогранники в пространстве.

Определение. ***Многогранник*** – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело.

Примеры многогранников:



Как видно из рисунков, многогранники составлены из различных многоугольников: треугольников, четырехугольников, пятиугольников и т.д.

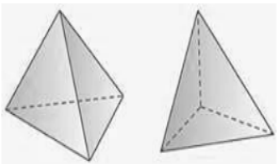
Определение. Многоугольники, из которых составлен многогранник, называют его ***гранями***. Важно, что две соседние грани многогранника не могут лежать одной плоскости.

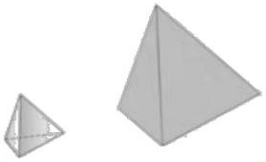
Определение. Стороны граней называются ***ребрами*** многогранника, а концы ребер – ***вершинами*** многогранника. Различают ***боковые грани*** и ***грани-основания***, а также ***боковые ребра*** и ***ребра при основании***.

Определение. ***Диагональю*** многогранника называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани.

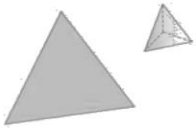
При изображении многогранника увидеть все его грани и ребра невозможно, поэтому видимые линии изображаются сплошной линией, невидимые – пунктиром. Количество видимых и невидимых ребер зависит от ориентации многогранника.

Определение. Многогранник, составленный из четырех треугольников, не лежащих в одной плоскости, называется ***тетраэдром***. Мы можем расположить тетраэдр таким образом, что невидимыми будут даже три ребра.

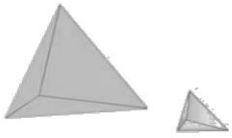




Видны две грани тетра-эдра



Видна одна грань тетраэдра



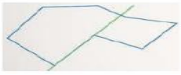
Видны три грани тет-раэдра

То есть, изображение многогранника зависит от точки, из которой мы на него смотрим.

Выпуклый многогранник.

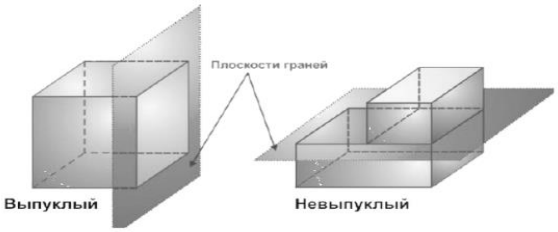
В курсе планиметрии рассматривались выпуклые и невыпуклые многоугольники. Многоугольник называется выпуклым, если он целиком расположен по одну сторону от прямой, проходящей через каждую из его сторон. В противном случае многоугольник будет невыпуклым.





Таким же образом и в стереометрии выделяются выпуклые и невыпуклые многогранники.

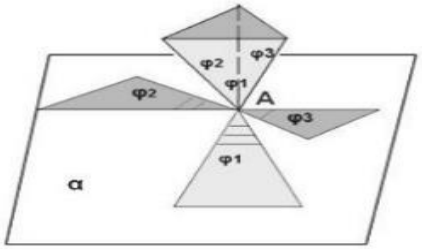
Определение. ***Многогранник называется выпуклым***, он расположен по одну сторону от плоскости, проходящую через любую из его грань. Если же хотя бы одна такая плоскость рассекает многогранник, то он ***невыпуклый***.



Очевидно, что в выпуклом многограннике все грани – выпуклые многоугольники.

В нашем курсе мы будем изучать только выпуклые многогранники.

Утверждение. В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше 360°.



На рисунке изображен многогранник, «разрезанный» вдоль его ребер, а все его грани с общей вершиной лежат в одной плоскости. Хорошо видно, что сумма всех плоских углов действительно меньше 360°.

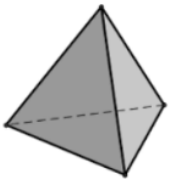
Правильный многогранник.

Определение. Выпуклый многогранник называется ***правильным***, если все его грани – равные правильные многоугольники, и в каждой его вершине сходится одно и то же число ребер.

Из определения следует, что в правильном многограннике в каждой вершине сходится одинаковое количество граней, все его ребра, плоские и двугранные углы равны.

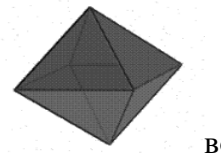
Существует всего пять правильных многогранников, которые еще называются ***телами Платона***.

Тетраэдр в переводе с древнегреческого четырёхгранник. Это простейший



многогранник, гранями которого являются четыре треугольника. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер. Грани тетраэдра – равносторонние треугольники. В каждой его вершине сходится три плоских угла. Сумма этих углов при каждой вершине равна 180º.

Октаэдр — многогранник с восемью гранями. Грани правильного октаэдра —



восемь равносторонних треугольников. Октаэдр имеет 6 вершин и 12 рёбер. В каждой вершине сходятся 4 треугольника, поэтому сумма плоских углов при каждой вершине октаэдра составляет 240°.

Куб— правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой



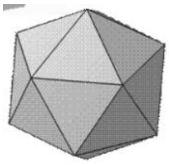
квадрат. Число граней в кубе – 6; число рёбер, примыкающих к вершине – 3; общее число вершин – 8; общее число рёбер – 12 Сумма плоских углов при каждой вершине равна 270º.

Додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников, являющихся его



гранями. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Таким образом, додекаэдр имеет 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Сумма плоских углов при каждой вершине составляет 324º.

Икосаэдр — правильный выпуклый многогранник, двадцатигранник. Каждая из 20



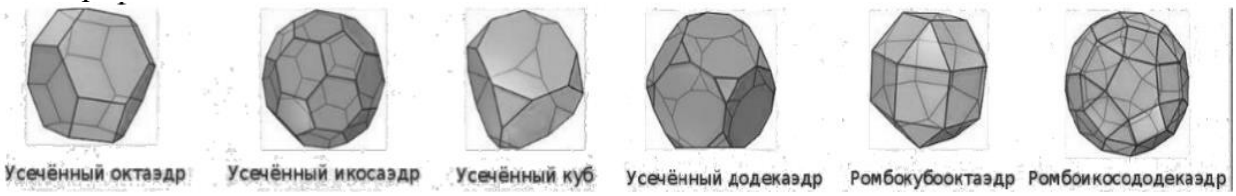
граней представляет собой равносторонний треугольник. Число ребер равно 30, число вершин — 12 Сумма плоских углов при каждой вершине равна 300º.

В 1750 году Леонардом Эйлером была выведена формула, связывающая число вершин (В), граней (Г) и рёбер (Р) любого выпуклого многогранника простым соотношением: В + Г = Р + 2.

Отдельной группой в стереометрии рассматриваются полуправильные многогранники.

Полуправильные многогранники являются выпуклыми, но, не являясь правильными, имеют их некоторые признаки, например: все грани являются правильными многоугольниками, некоторые их грани равны.

Полуправильных многогранников существует 26. На рисунке изображены некоторые из них.



2. Геометрическое тело.

Мы определили многогранник через геометрическое тело. Уточним это понятие.

Определение. Точка М называется ***граничной точкой данной фигуры F***, если среди сколь угодно близких к ней точек (включая ее саму) есть точки, как принадлежащие фигуре, так и не принадлежащие ей. Множество всех граничных точек фигуры называется ее ***границей***.

Определение. Точка фигуры, не являющаяся граничной, называется ***внутренней точкой фигуры***. Каждая внутренняя точка фигуры характеризуется тем, что все достаточно близкие к ней точки пространства также принадлежат фигуре. Так, любая точка шара, не лежащая на сфере – его границе, является внутренней точкой шара.

Определение. Фигура называется ***ограниченной***, если ее можно заключить в какую-нибудь сферу. Очевидно тетраэдр, параллелепипед – ограниченные фигуры, а прямая и плоскость – неограниченные.

Определение. Фигура называется ***связной***, если любые две ее точки можно соединить непрерывной линией, целиком принадлежащей данной фигуре. Примерами связных фигур являются тетраэдр, параллелепипед, октаэдр, плоскость. Фигура, состоящая из двух параллельных плоскостей, не является связной.

Определение. ***Геометрическим телом*** (или просто телом) называют ограниченную связную фигуру в пространстве, которая содержит все свои граничные точки, причем сколь угодно близко от любой граничной точки находятся внутренние точки фигуры. Границу тела называют также его ***поверхностью*** и говорят, что поверхность ограничивает тело.

Определение. Плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного тела, называется ***секущей плоскостью***. Фигура, которая образуется при пересечении тела плоскостью, называется ***сечением тела***.

3. Площадь поверхности многогранника.

Определение. Две фигуры (тела) называется ***равными***, если при наложении они совпадут. Поскольку грани многогранников – многоугольники, можно посчитать площадь каждой грани.

Определение. ***Площадью полной поверхности*** многогранника называется сумма площадей всех его граней.

Определение. ***Площадью боковой поверхности*** многогранника называется сумма площадей его боковых граней.

4. Объем многогранника.

Важной характеристикой геометрических тел является объём.

Определение. ***Объём геометрического тела*** — это величина, которая описывает занимающую этим телом часть пространства.

Из определения следует, что объём не зависит ни от местонахождения тела в пространстве, ни от того, как это тело делится на части. Чтобы объём можно было измерить, т. е. чтобы объём можно было бы выразить в виде числа, необходимо выбрать единицу измерения объёма.

Единица объёма — это объём такого куба, ребро которого равно одной единице длины. Единица измерения объёма в СИ – кубический метр; от неё образуются производные единицы, такие как кубический сантиметр, кубический дециметр и т. д. В формулах для обозначения объёма используется заглавная латинская буква V, являющаяся сокращением от лат. volume — «объём», «наполнение».

При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объемов и частей единицы содержится в данном теле.

Свойства объемов:

1. Равные тела имеют равные объемы.

Пусть тело составлено из нескольких тел. При этом мы предполагаем, что любые два из этих тел не имеют общих внутренних точек, но могут иметь общие граничные точки. Ясно, что объем всего тела складывается из объемов составляющих его тел.

2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

5. Применение многогранников в спорте.

Многогранники применяются в разных видах спорта**,** например, в конструкции футбольных мячей и в тренировках волейболистов.

1. **Футбольный мяч**

Усечённый икосаэдр — многогранник, который служит моделью для футбольного мяча. Поверхность мяча состоит из слегка искривлённых 12 правильных пятиугольников и 20 правильных шестиугольников.

При «наполнении воздухом» усечённый икосаэдр принимает форму сферы, становясь мячом. Вершины многогранника совпадают с «вершинами» мяча, рёбра переходят в швы, а грани — в слегка искривлённые многоугольники на поверхности мяча.

При «наполнении воздухом» усечённый икосаэдр принимает форму сферы, становясь мячом. Вершины многогранника совпадают с «вершинами» мяча, рёбра переходят в швы, а грани — в слегка искривлённые многоугольники на поверхности мяча.



2. **Волейбол**

Додекаэдр — многогранник, состоящий из 12 правильных пятиугольников, — используется в тренировках волейболистов. Например, на основе свойств додекаэдра разрабатываются упражнения для развития навыков, например, для изучения техники нападающего удара.

Также геометрия многогранников применяется в разработке тактик и позиционировании игроков на площадке. Например, анализируются оптимальные углы и траектории ударов с помощью геометрических моделей.

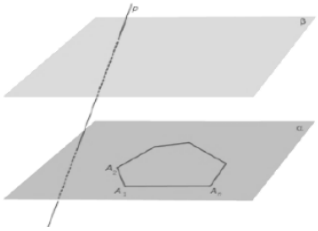
Многогранники используются и в других видах спорта, например:

- **В дизайне экипировки**. Геометрия многогранников применяется в создании формы и элементов спортивной одежды.

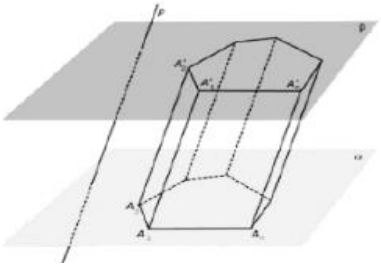
- **В анализе движений**. Многогранники помогают выявлять оптимальные траектории и стратегии, например, при анализе движений в баскетболе.

6. Построение и определение призмы.

Рассмотрим две параллельные плоскости α и β, прямую p, пересекающую эти плоскости, и произвольный выпуклый n–угольник $A_1A_2 \dots A_n$, лежащий в плоскости α.



Определение. Если через каждую точку многоугольника $A_1A_2...A_n$ провести прямую, параллельную прямой p, и обозначить символами $A'_1,A'_2, \dots ,A'_n$ точки пересечения с плоскостью β прямых, параллельных прямой p и проходящих через точки $A_1,A_2, \dots,A_n$, то полученную фигуру $A_1A_2...A_nA'_1A'_2...A'_n$ называют ***n*–угольной призмой**.



Определение. Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2 \dots A_n$ и $A'_1,A'_2, \dots ,A'_n$, лежащих в параллельных плоскостях и n параллелограммов, называется ***призмой***.

Определения. Параллелограммы $A_1A_2A'_2A'_1$, $A_2A_3A'_3A'_2$, ..., $A_nA_1A'_1A'_n$ называют ***боковыми гранями призмы***. Совокупность всех боковых граней призмы составляет ***боковую поверхность призмы***. Многоугольники $A_1A_2...A_n$ и $A'_1A'_2...A'_n$ называют ***основаниями призмы***. Точки $A_1, A_2, \dots A_n, A'_1, A'_2,..., A'_n$ (вершины многоугольников $A_1A_2...A_n$ и $A'_1A'_2...A'_n$) называют ***вершинами призмы***. Отрезки $A_1A'_1$, $A_2A'_2$, ..., $A_nA'_n$ называют ***боковыми ребрами призмы***. Отрезки A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1, ...,$A'_1A'_2$, $A'_2A'_3$, ..., $A'_nA'_1$ (стороны многоугольников $A_1 \dots A_n$, и $A'_1 \dots A'_n$) называют ***ребрами оснований призмы***. ***Диагональю призмы*** называют отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани.

В случае, когда не требуется делать специальных уточнений, боковые ребра и ребра оснований называют ребрами призмы, боковые грани и основания призмы называют гранями призмы, n – угольные призмы называют призмами.

Определение. Расстояние между плоскостями, на которых лежат основания призмы, называют ***высотой призмы***.

7. Основные свойства призмы. Виды призм.

Утверждение 1. Каждый из n четырехугольников $A_1A_2A'_2A'_1$, $A_2A_3A'_3A'_2$, ..., $A_nA_1A'_1A'_n$ является параллелограммом.

Доказательство. Докажем сначала, что параллелограммом является, например, четырехугольник A1A2A'2A'1. Стороны A1A'1 и A2A'2 параллельны по построению. Прямая A_1A_2 лежит в плоскости α, параллельной плоскости β, значит прямая A_1A_2 параллельна плоскости β. Прямая $A'_1A'_2$ – линия пересечения плоскостей $A_1A_2A'_2A'_1$ и β, а значит, прямая $A'_1A'_2$ параллельна прямой A_1A_2 (по признаку параллельности прямой и плоскости). Таким образом, у четырехугольника $A_1A_2A'_2A'_1$ противоположные стороны попарно параллельны, т.е. *A1A2A'2A'1*–параллелограмм.

Для остальных четырехугольников доказательство проводится аналогично.

Утверждение 2. Все боковые ребра призмы равны.

Это утверждение непосредственно вытекает из утверждения 1.

Виды призм.

Существует следующая классификация призм.



Определение. Призму, у которой боковые ребра перпендикулярны к плоскостям оснований, называют ***прямой призмой***. Если же боковые ребра не перпендикулярны основаниям, то призма называется ***наклонной.***

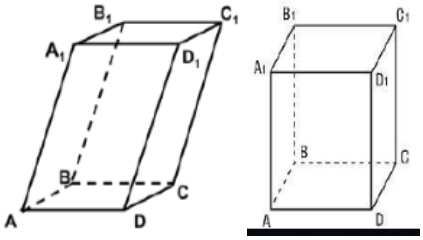
Очевидно, что в прямой призме все боковые грани – прямоугольники.

Высота прямой призмы равна длине любого ее бокового ребра.

Определение. ***Правильной призмой*** называют прямую призму, основаниями которой служат правильные многоугольники.

8. Параллелепипед. Куб.

Частными случаями призмы являются параллелепипед и куб.



Определение. ***Параллелепипедом*** называется призма, в основании которой является параллелограмм.

Грани параллелепипеда – параллелограммы, из которых состоит параллелепипед, ***ребра*** – стороны этих параллелограммов, а вершины параллелограммов – ***вершины параллелепипеда.***

Так как параллелепипед – частный случай призмы, значит, параллелепипеды могут быть прямыми и наклонными. Также как и в призме, выделяются боковые грани призмы, и грани основания, боковые ребра и ребра при основании.

Две грани параллелепипеда, не имеющие общих ребер, называются ***противоположными***, грани, имеющие общее ребро – ***смежными***.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется ***диагональю параллелепипеда.***

Определение. Прямой параллелепипед, в основании которого лежит прямоугольник, называется ***прямоугольным параллелепипедом.*** Все грани прямоугольного параллелепипеда – прямоугольники. Длины ребер прямоугольного параллелепипеда, исходящих из одной вершины называются его линейными размерами (измерениями). Их называют ***длиной, шириной, и высотой*** параллелепипеда.

Свойства параллелепипеда.

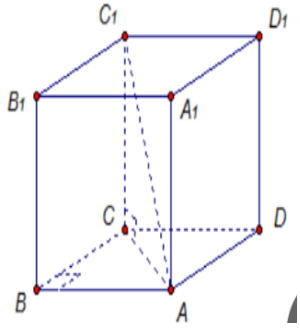
1. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.

2. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

3. Боковые грани прямого параллелепипеда — прямоугольники.

4. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.

Теорема (о диагонали прямоугольного параллелепипеда). Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.



Доказательство. Прямая CC_1 перпендикулярна плоскости ABC, а значит, и прямой AC. Значит, треугольник CC_1A – прямоугольный. По теореме Пифагора: $AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2$.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC. По теореме Пифагора:

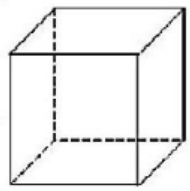
$AC^2 = AB^2 + BC^2$. Но BC и AD - противоположные стороны прямоугольника. Значит, $BC = AD$. Тогда: $AC^2 = AB^2 + AD^2$. Так как, $AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2$, а $AC^2 = AB^2 + AD^2$,

$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + CC_1^2 .$$

Поскольку $CC_1 = AA_1$, то теорема доказана.

Следствие. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

Определение. Прямоугольный параллелепипед, у которого все три измерения равны, называется ***кубом***. Все грани куба – равные друг другу квадраты.



9. Площадь поверхности и объем призмы.

Введем следующие обозначения:

V – объем призмы

$\mathbf{S_{бок}}$ – площадь боковой поверхности призмы

$\mathbf{S_{полн}}$ – площадь полной поверхности призмы

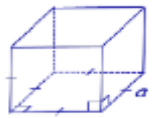
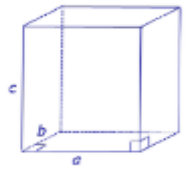
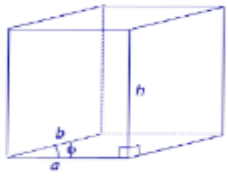
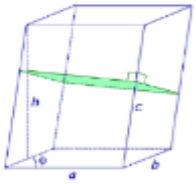
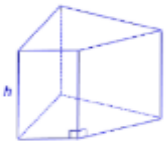
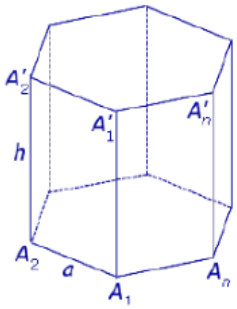
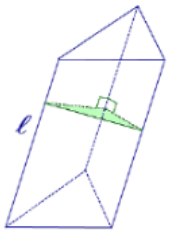
$\mathbf{S_{осн}}$ – площадь основания призмы

$\mathbf{P_{осн}}$ – периметр основания призмы

$\mathbf{P_{перп}}$ – периметр перпендикулярного сечения призмы

$\mathbf{S_{перп}}$ – площадь перпендикулярного сечения призмы

Используя эти обозначения, составим таблицу с формулами для вычисления объемов, площадей боковой поверхности и площадей полной поверхности различных видов призм.

Рисунок	Призма	Формулы для объема, площади боковой и полной поверхности
	Куб	$V = a^3$, $S_{бок} = 4a^2$, $S_{полн} = 6a^2$, где a – длина ребра куба.
	Прямоугольный параллелепипед	V = abc, $S_{бок} = 2ac + 2bc$, $S_{полн} = 2ac + 2bc + 2ab$, $S_{полн} = 2ac + 2bc + 2ab$, где a, b – длины ребер основания параллелепипеда, c - высота параллелепипеда.
	Прямой параллелепипед, в основании которого лежит параллелограмм со сторонами a, b и углом φ	$S_{осн} = ab \sin\varphi$, $V = S_{осн} h = abh \sin\varphi$, $S_{бок} = 2ah + 2bh$, $S_{полн} = 2ab \sin\varphi + 2ah + 2bh$, $S_{полн} = 2ab \sin\varphi + 2ah + 2bh$, где a, b – длины ребер основания параллелепипеда, φ – угол между ребрами основания параллелепипеда, h -высота параллелепипеда.
	Произвольный параллелепипед	$S_{осн} = ab \sin\varphi$, $V = S_{осн} h = abh \sin\varphi$, $V = S_{перп} c$, $S_{бок} = P_{перп} c$, $S_{полн} = 2ab \sin\varphi + P_{перп} c$, где a, b – длины ребер основания параллелепипеда, φ – угол между ребрами основания параллелепипеда, c – длина бокового ребра параллелепипеда, h - высота параллелепипеда. $S_{полн} = 2ac + 2bc + 2ab$,
	Прямая призма	$V = S_{осн} h$, $S_{бок} = P_{осн} h$, $S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$, где h - высота прямой призмы.
	Правильная n – угольная призма	$S_{осн} = \frac{a^2 n}{4\operatorname{tg}\frac{\pi}{n}}$ $V = \frac{a^2 nh}{4\operatorname{tg}\frac{\pi}{n}}$, $V = S_{осн} h$, $S_{бок} = P_{осн} h = anh$, $S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$, $S_{полн} = \frac{2a^2 n}{4\operatorname{tg}\frac{\pi}{n}} + anh$, где a – длина ребра основания правильной призмы, h - высота правильной призмы.
	Произвольная призма	$V = S_{осн} h$, $V = S_{перп} l$, $S_{бок} = P_{перп} l$, $S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$, где l – длина бокового ребра призмы, h - высота призмы.

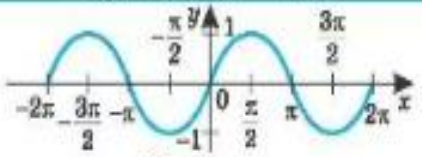
Лекция 11

ТЕМА: «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ»

Содержание Лекции:

1. ***Определение функции y=cos x, ее свойства и график.***
2. ***Определение функции y=sin x, ее свойства и график.***
3. ***Определение функции y=tg x, y=ctg x, их свойства и график.***
4. ***Применение тригонометрических функций в физической культуре и спорте:***

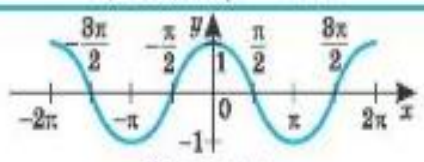
Функция $y = \sin x$



Свойства

1. Область определения: R.
2. Область значений: $[-1; 1]$.
3. Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$.
4. Функция периодическая с периодом 2π: $\sin(x + 2\pi) = \sin(x - 2\pi) = \sin x$.
5. Нули функции $x = \pi n$, $n \in Z$.
6. Функция возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{\pi}{2}+2\pi n\right]$, $n \in Z$; убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi n; \frac{3\pi}{2}+2\pi n\right]$, $n \in Z$.
7. Наименьшее значение $y = -1$, если $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n \in Z$. Наибольшее значение $y = 1$, если $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n \in Z$

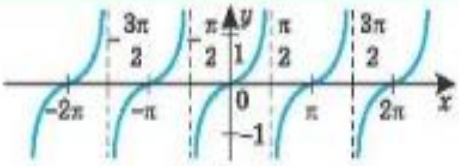
Функция $y = \cos x$



Свойства

1. Область определения: R.
2. Область значений: $[-1; 1]$.
3. Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$.
4. Функция периодическая с периодом 2π: $\cos(x + 2\pi) = \cos(x - 2\pi) = \cos x$.
5. Нули функции $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$.
6. Функция возрастает на промежутках $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$, $n \in Z$; убывает на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.
7. Наименьшее значение $y = -1$, если $x = \pi + 2\pi n$, $n \in Z$.
   Наибольшее значение $y = 1$, если $x = 2\pi n$, $n \in Z$

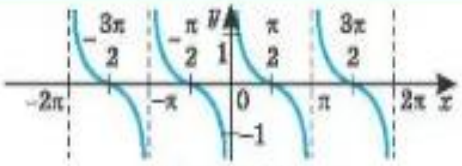
Функция $y = \operatorname{tg} x$



Свойства

1. Область определения: $x \neq \frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$.
2. Область значений: R.
3. Функция нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$.
4. Функция периодическая с периодом π: $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}(x - \pi) = \operatorname{tg} x$.
5. Нули функции $x = \pi n$, $n \in Z$.
6. Функция возрастает на промежутках $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$

Функция $y = \operatorname{ctg} x$



Свойства

1. Область определения: $x \neq \pi n$, $n \in Z$.
2. Область значений: R.
3. Функция нечетная: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.
4. Функция периодическая с периодом π: $\operatorname{ctg}(x + \pi) = \operatorname{ctg}(x - \pi) = \operatorname{ctg} x$.
5. Нули функции $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$.
6. Функция убывает на промежутках $[\pi n; \pi + \pi n]$, $n \in Z$

Пример 1.

Определите, какие из данных точек принадлежат графику функции *y=cos x*

а) $A(\pi; -1)$; б) $B\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\right)$; в) $C(0; 0)$; г) $D\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Решение:

а) Подставим в формулу *y=cos x* значение аргумента $x=\pi$ и найдем соответствующее значение функции $y=\cos \pi = -1$. Полученное значение функции равно ординате точки

$A(\pi;-1)$. Значит, точка *A* принадлежит графику функции *y=cos x* .

б) При $x = \frac{\pi}{3}$ — получим $y = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$. Точка $B\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\right)$ принадлежит графику функции *y=cos x* .

в) При $x=0$ получим $y=\cos 0=1$. Точка $C(0;0)$ не принадлежит графику функции *y=cos x* .

г) При $x = \frac{\pi}{2}$ получим $y = \cos\frac{\pi}{2} = 0$. Точка $D\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ принадлежит графику функции *y=cos x* .

Пример 2.

Найдите область определения и множество значений функции $y=3\cos x-4$.

Решение:

Областью определения функции является множество всех действительных чисел, т.е. *D(y)=R.*

Множеством значений функции *y=cos x* является [-1;1]. Значит, $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$.

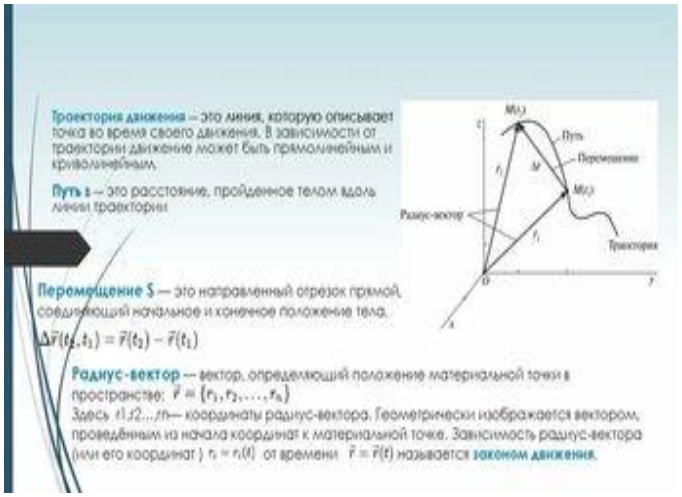
Тогда по свойству неравенств $-3 \leqslant 3\cos x \leqslant 3$ и $-7 \leqslant 3\cos x - 4 \leqslant -1$. Таким образом, E(y)= [-7;4].

4. Тригонометрические функции широко применяются в физической культуре и спорте для расчёта различных параметров, связанных с движением и бросками.

Расчёт траекторий движения

В биомеханических исследованиях и анализе движений спортсменов тригонометрические функции используются, например, для:

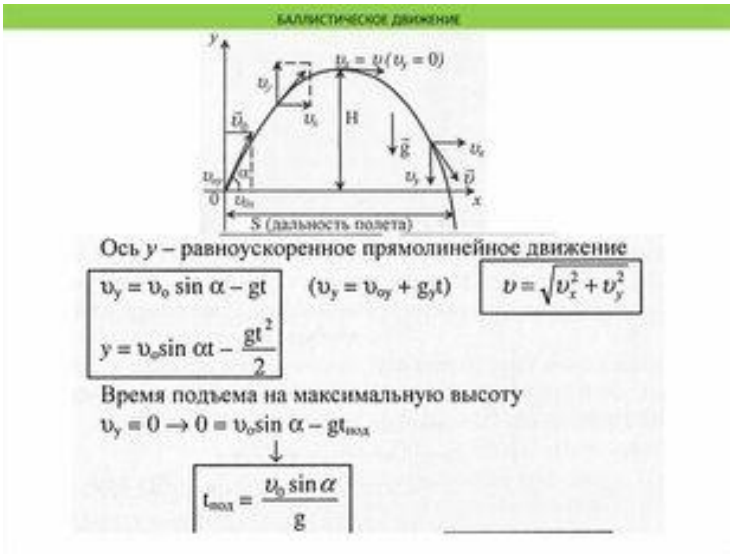
- **Моделирования траекторий** с учётом начальных условий и управляющих воздействий. Это позволяет определить оптимальную траекторию прыжка, разбега, полёта или поворота.
- **Расчёта горизонтальных и вертикальных составляющих** скоростей и ускорений, а также их полных величин. Это важно для биомеханического анализа упражнений.



Расчёт углов бросков

В спортивной практике тригонометрические функции применяются, например, для:

- **Выбора оптимального угла выпуска мяча** при броске в цель. Например, в баскетболе считается, что наиболее результативным является угол выпуска 58° к горизонтали.
- **Расчёта угла вхождения мяча в цель** при броске под определённым углом. Для этого используются обратные тригонометрические функции (арксинус, арккосинус, арктангенс).



Другие примеры применения

Тригонометрические функции также применяются в спортивной практике для:

- **Анализа движений спортсменов** с помощью математических моделей, которые позволяют исследовать технику упражнений и обосновать рациональную структуру движений.
- **Расчёта мощности, развиваемой при выполнении физических упражнений**, путём измерения продолжительности действия силы на пути с использованием тригонометрических формул.

Лекция 12

ТЕМА: «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ»

Содержание Лекции:

1. ***Производная функции.***
2. ***Механический смысл производной.***
3. ***Геометрический смысл производной.***
4. ***Таблица производных***
5. ***Правила дифференцирования функций***
6. ***Применение в физической культуре и спорте.***

1. **Определение.** ***Производной функции*** называется *предел отношения* приращения функции к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю.

Производная функции в общем виде:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Производная функции в точке x_0:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Операция нахождения производной называется ***дифференцированием.***

2. ***Механический смысл*** производной связан с производной от пути.

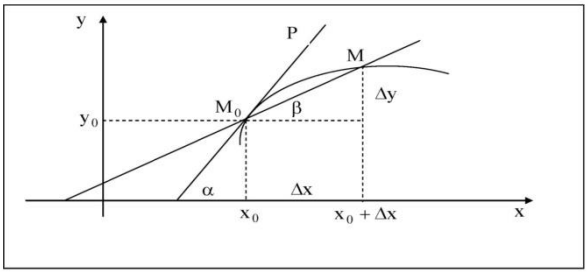
Производная от пути в некоторый момент времени равняется скорости в этот момент времени.

$$S'(t_0) = U(t_0) \text{ или } S'_t = U$$

$$S''(t_0) = U'(t_0) = a(t_0)$$

Производная – это скорость изменения функции.

3. ***Геометрический смысл*** производной.



Значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке, абсцисса которой равна x_0.

$$f'(x_0) = k_{кас} = tg\alpha$$

Воспользовавшись уравнением прямой $y - y_0 = k \cdot (x - x_0)$, получим уравнение касательной:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Прямая, перпендикулярная касательной в точке касания, называется *нормалью к кривой.*

Из условия перпендикулярности двух прямых $\left(k_2 = -\frac{1}{k_1}\right)$, получим уравнение нормали. Так как

$$k_{норм} = -\frac{1}{k_{кас}} = -\frac{1}{f'(x_0)}$$

Тогда уравнение нормали имеет вид:

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$$

4. ***Таблица производных***

1. $c' = 0$, где c - константа
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$
3. $(a^x)' = a^x \ln a \ (a > 0,\ a \neq 1), \quad (e^x)' = e^x$
4. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \ (a > 0,\ a \neq 1), \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$
5. $(\cos x)' = -\sin x$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
8. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
9. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
12. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
13. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$
14. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$
15. $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
16. $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

5. Правила дифференцирования функций

Пусть функции $u = u\,(x)$ и $v = v\,(x)$ – дифференцируемы в точке *x*. Тогда:

1) Производная суммы (разности) двух функций:

$(u \pm v)' = u' \pm v'$

2) Производная произведения двух функций:

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

3) Производная частного двух функций:

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$, если $v\,(x) \neq 0$.

4) Производная от переменной равна единице: $x' = 1$

5) Производная сложной функции

Пусть $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$, тогда $y = f(\varphi(x))$ является сложной функцией переменной *x*, а переменную и называют *промежуточным аргументом*.

Сложная функция – это зависимость двух и более функций друг от друга.

Производная сложной функции находится по формуле:

$\boldsymbol{y' = f'(u) \cdot U'(x)}$ и $\boldsymbol{y' = y'_u \cdot u'_x}$

6) Производная обратной функции

Пусть функция $y = f(x)$ строго монотонна в интервале (a, b), тогда для нее существует обратная функция $x = \varphi\,(y)$.

Находится по формуле: $\boldsymbol{\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)}}$, или кратко $\boldsymbol{x'_y = \frac{1}{y'_x}}$

Пример.

$y = arc\sin x \Rightarrow x = \sin y$

Так как $y'_x = arc\sin x \frac{1}{x'_y} = \frac{1}{(\sin y)'} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

$(arc\sin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

7) Производная неявной функции

Функция *y* от аргумента *x* называется *неявной* , если она задана уравнением *F(x,y)=0* , не разрешенным относительно зависимой переменной.

Чтобы найти y' от неявной функции, нужно продифференцировать по *x* обе части уравнения , рассматривая *y* как функцию от *x.* Из полученного уравнения находится искомая производная y' .

Пример. Найти производную неявной функции $x^2y - \sin y^3 - 2x^6 - 11 = 0$

Решение. $2xy + x^2y' - \cos y^3 \cdot 3y^2y' - 12x^5 = 0$

$y' \cdot \left(x^2 - 3y^2 \cos y^3\right) = 12x^5 - 2xy$

$y' = \frac{2x \cdot \left(6x^4 - y\right)}{x^2 - 3y^2 \cos y^3}$ •

Техника дифференцирования:

Пример 1.

$y = (x^3 - 4x^2 + 5x - 7)^6 \left| \begin{matrix} (u^6)' = 6u^5 \cdot u' \\ u = x^3 - 4x^2 + 5x - 7 \end{matrix} \right|$

$y' = 6 \cdot (x^3 - 4x^2 + 5x - 7)^5 \cdot (x^3 - 4x^2 + 5x - 7)' = 6 \cdot (x^3 - 4x^2 + 5x - 7)^5 \cdot (3x^2 - 8x + 5).$

Пример 2.

$y = \sqrt{tgx^4} \left| \begin{matrix} (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \\ u = tg\, x^4 \\ (tg\, u)' = \frac{u}{cos^2 u} \\ u = x^4 \end{matrix} \right|$

$y' = \frac{(tgx^4)'}{2\sqrt{tgx^4}} = \frac{\frac{(x^4)'}{\cos^2 x^4}}{2\sqrt{tgx^4}} = \frac{4x^3}{2cos^2 x^4 \cdot \sqrt{tgx^4}} = \frac{2x^3}{cos^2 x^4 \cdot \sqrt{tgx^4}}$

Пример 3.

$y = e^{\sin 2x} \cdot arc\, tg\, x^2 \left| \begin{matrix} (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \\ (e^u)' = u' \cdot e^u \\ u = \sin 2x \\ (arc\, tg\, u)' = \frac{u'}{1 + u^2} \\ u = x^2 \end{matrix} \right|$

$y' = \left(e^{\sin 2x}\right)' \cdot arc\, tg\, x^2 + e^{\sin 2x} \cdot (arc\, tg\, x^2)'$

$= (\sin 2x)' \cdot e^{\sin 2x} \cdot arc\, tg\, x^2 +$

$$+ e^{\sin 2x} \cdot \frac{2x}{1+(x^2)^2} = e^{\sin 2x} \cdot \left(2\cos 2x \cdot arc\,tg\,x^2 + \frac{2x}{1+x^4}\right)$$

Пример 4.

$$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{sin^3\,3x}$$

$$\left|\begin{array}{c} \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \\ \left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \\ (u^3)' = 3u^2 \cdot u' \\ u = \sin 3x \end{array}\right|$$

$$y' = \frac{\left(\sqrt{x^2-1}\right)' \cdot sin^3\,3x - \sqrt{x^2-1} \cdot (sin^3\,3x)'}{(sin^3\,3x)^2} = : \frac{\frac{2x \cdot sin^3\,3x}{2\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1} \cdot 3\,sin^2\,3x \cdot \cos 3x}{sin^6\,3x} =$$

$$= \frac{sin^2\,3x(x \cdot \sin 3x - (x^2-1) \cdot 9\cos 3x)}{\sqrt{x^2-1} \cdot sin^6\,3x} = \frac{x \cdot \sin 3x - 9(x^2-1)\cos 3x}{\sqrt{x^2-1} \cdot sin^4\,3x}.$$

6. Применение в физической культуре и спорте

Производная функции играет важную роль в спорте, помогая анализировать динамику движений и оптимизировать тренировочные программы.

При занятиях спортом или фитнесом производная может помочь определить скорость изменения пульса или темпа тренировки. Это позволяет эффективнее планировать тренировочные программы и достигать лучших результатов.

Примеры применения

- **Анализ движения велосипеда**. Производная функции скорости по времени показывает **мгновенное ускорение**. Это позволяет:
  - определять, как быстро изменяется скорость в любой момент времени;
  - понять, когда велосипедист ускоряется, замедляется или движется с постоянной скоростью;
  - рассчитать время для достижения определённой скорости;
  - оптимизировать маршрут, учитывая изменение скорости на разных участках пути.
- **Исследование темпа тренировки**. Производная помогает определить скорость изменения пульса или темпа, что важно для планирования эффективных тренировочных программ.

Лекция 13

ТЕМА: «ПЕРВООБРАЗНАЯ, ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПЕРВООБРАЗНЫХ. ПЕРВООБРАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ. ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ ПЕРВООБРАЗНЫХ»

Содержание Лекции:

1. ***Первообразная, основное свойство первообразных.***
2. ***Первообразные элементарных функций.***
3. ***Правила нахождения первообразных.***
4. ***Применение первообразной в спорте.***

1. **Определение.** ***Первообразной*** для функции $f(x)$ называется такая функция $F(x)$, производная которой равна самой функции $f(x)$: $\boldsymbol{F'(x)=f(x).}$

Восстановление первообразной по производной функции называется ***интегрированием***.

B. Основное свойство первообразных.

Прежде чем говорить о свойствах, немного разомнемся и найдем первообразную для производной $f(x) = 3x^2$. Вспомним таблицу производных:
$(x^n)' = nx^{n-1}$ и применим к нашей задаче $(x^3)' = 3x^2$.

$F(x) = x^3$

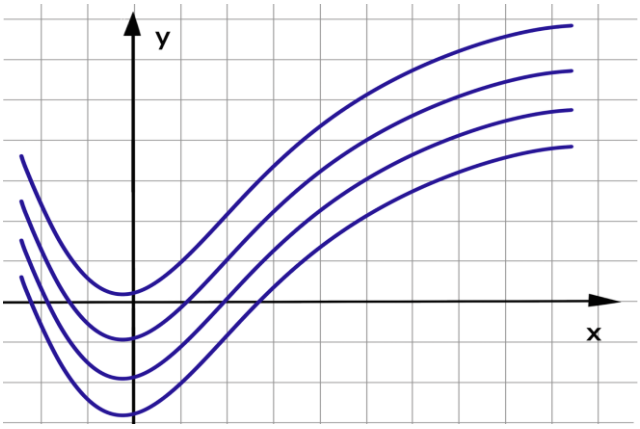
Однако производная от константы $C = 0$, тогда

$(x^3 + 2)' = 3x^2$
$(x^3 + 6)' = 3x^2$
$(x^3 + C)' = 3x^2$

Получается, что для одной производной может быть много первообразных, отличающихся друг от друга на константу. Решая задачу, мы подошли к основному свойству первообразных:

Если функция $F(x)$ — первообразная функции $f(x)$ на заданном промежутке, то, при любой постоянной $C=const$, функция $F(x)+C$ также является первообразной функции $f(x)$ на этом промежутке

Геометрически свойство первообразных означает, что графики первообразных функции $f(x)$ получаются из графика одной первообразной, путем параллельного переноса вдоль оси y.



Для нахождения первообразных существует таблица с основными функциями, которую следует выучить.

2. Таблица первообразных для различных функции

Функция	Общий вид первообразной
$f(x) = 0$	$F(x) = C,\ C = const$
$f(x) = k$, где k -постоянная	$F(x) = kx + C$
$f(x) = x^n,\ n \neq -1$	$F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x} + C$
$f(x) = (kx + b)^n,\ n \neq -1,\ k \neq 0$	$F(x) = \frac{(kx+b)^{n+1}}{k(n+1)} + C$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = ln\|x\| + C$
$f(x) = \frac{1}{kx+b},\ k \neq 0$	$F(x) = \frac{1}{k} ln\|kx + b\| + C$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + C$
$f(x) = a^x,\ a \neq 1,\ a > 0$	$F(x) = \frac{a^x}{ln(a)} + C$
$f(x) = sin(x)$	$F(x) = -cos(x) + C$
$f(x) = cos(x)$	$F(x) = sin(x) + C$
$f(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$	$F(x) = tg(x) + C$
$f(x) = \frac{1}{sin^2(x)}$	$F(x) = -ctg(x) + C$
$f(x) = \frac{1}{cos(x)}$	$F(x) = ln\left\|ctg(\frac{x}{2})\right\| + C$
$f(x) = \frac{1}{sin(x)}$	$F(x) = ln\left\|tg(\frac{x}{2})\right\| + C$
$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$F(x) = arctg(x) + C$
$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$	$F(x) = \frac{1}{2} ln\left\|\frac{1+x}{1-x}\right\| + C$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x) = arcsin(x) + C$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}}$	$F(x) = ln\left\|x + \sqrt{x^2 \pm 1}\right\| + C$

3. Правила нахождения первообразных

Функции, описывающие реальные процессы, зачастую бывают сложными, состоящими из нескольких слагаемых и коэффициентов. Чтобы привести их к простому виду и вычислить первообразные существует три правила.

1. Первообразная суммы равна сумме первообразных.

Если *F (x)* – первообразная *f (x)*, а *G (x)* – первообразная *g (x)*, то

$$(F(x)+G(x))'=F'(x)+G'(x)=f(x)+g(x)$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак производной.

$$(kF(x))'=kF'(x)=kf(x),$$ где k – константа.

3. Если $F(x)$ – первообразная $f(x)$, а k и b – константы, где $k \neq 0$, то $1/k*F(kx + b)$ – первообразная для $f(kx + b)$

$$(\frac{1}{k}F(kx+b))'=f(kx+b)$$

Связь между графиками функции и ее первообразной

Производная от первообразной и есть эта функция: $F'(x)=f(x)$.

Значит, $f(x)$ имеет отрицательные значения там же, где и $F(x)$.

Участки, где F (x) возрастает, $f(x) > 0$, там, где $F(x)$ убывает, $f(x) < 0$.

В точке экстремума, при изменении направления $F(x)$, $f(x) = 0$.

4. *Первообразная (определённый интеграл) применяется в спорте для решения задач, связанных с движением тел и работой сил*.

С помощью первообразной можно найти путь, пройденный телом, по заданной скорости, или вычислить работу переменной силы при перемещении тела.

Лекция 14

ТЕМА: «ПОНЯТИЕ ЦИЛИНДРА. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА»

Содержание Лекции:

1. Построение и определение цилиндра.

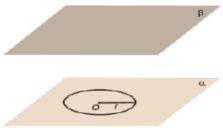
2. Сечения цилиндра.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра. Площадь полной поверхности цилиндра. Объем цилиндра.

4. Применение цилиндра в физической культуре и спорте.

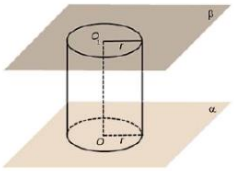
1. Построение и определение цилиндра.

Рассмотрим параллельные плоскости α и β. В одной из плоскостей, например α, построим произвольную окружность с центром в точке O и радиусом r.



Перпендикуляры, проведенные в плоскость β из каждой точки окружности, образуют на этой плоскости окружность с центром в точке O_1 и радиусом r. Точка O_1 является основанием перпендикуляра, выпущенного из точки O на плоскость β.

Заключенные между плоскостями α и β отрезки перпендикуляров, называют ***образующими цилиндра***. Совокупность всех образующих цилиндра называют



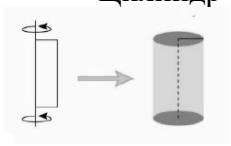
цилиндрической поверхностью.

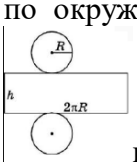
Определения. Фигуру, ограниченную цилиндрической поверхностью и плоскостями α и β, называют ***цилиндром***.

Круги с центрами O и O_1 называются ***основаниями цилиндра***, а радиус круга плоскости α с центром в точке O – ***радиусом цилиндра***. Отрезок OO_1 – ***ось цилиндра***, расстояние между плоскостями α и β – ***высота цилиндра***.

Цилиндрическая поверхность называется ***боковой поверхностью цилиндра.*** Боковая поверхность и основания цилиндра составляют ***полную поверхность цилиндра.***

Все образующие цилиндра параллельны оси цилиндра, а длина каждой из них равна высоте цилиндра. Прямая OO_1 является ***осью симметрии цилиндра***, а середина отрезка OO_1 является ***центром симметрии цилиндра***.

Цилиндр является фигурой вращения, поскольку может быть получен вращением  прямоугольника вокруг одной из его сторон. Сторона, вокруг которой вращается прямоугольник, является его осью.

Если развернуть цилиндр на плоскости, т.е. «разрезать» по любой из образующих и по окружностям оснований, получим ***развертку полной поверхности цилиндра***. Она 

представляет собой прямоугольник и два равных круга, касающихся противоположных сторон этого прямоугольника.

2. Сечения цилиндра.

Как уже говорилось, ***сечением тела*** называется плоская фигура, образованная пересечением данного тела с некоторой плоскостью.

Определение. ***Осевым сечением цилиндра*** называется сечение, проходящее через ось цилиндра.

Очевидно, что можно построить бесконечно много осевых сечений цилиндра. Каждое из них перпендикулярно его основаниям и представляет собой прямоугольник со сторонами $2r$ и h.

Определение. ***Перпендикулярным сечением цилиндра*** называется сечение, проходящее перпендикулярно оси цилиндра.

Очевидно, что можно построить бесконечно много перпендикулярных сечений цилиндра. Каждое из них параллельно его основаниям и представляет собой круг, равный основанию цилиндра.

3. Объем цилиндра. Площадь боковой поверхности цилиндра. Площадь полной поверхности цилиндра.

Для цилиндра с радиусом r и высотой h введем следующие обозначения:

V – объем цилиндра

$\mathbf{S_{бок}}$ – площадь боковой поверхности цилиндра

$\mathbf{S_{полн}}$ – площадь полной поверхности цилиндра

$\mathbf{S_{осн}}$ – площадь основания цилиндра

Тогда справедливы следующие формулы для вычисления объема, площади боковой и полной поверхности цилиндра:

$\mathbf{S_{осн} = \pi r^2,}$

$\mathbf{V = S_{осн} h = \pi r^2 h,}$

$\mathbf{S_{бок} = 2\pi rh,}$

$\mathbf{S_{полн} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi(r + h).}$

4. Цилиндры могут использоваться в физической культуре и спорте как **нестандартное оборудование**. Некоторые области применения:

- **Общеразвивающие упражнения**. С цилиндрами развивают мышцы плечевого пояса, рук и спины.
- **Перешагивание и перепрыгивание**. Цилиндры применяют при разучивании основных видов движения и ходьбы по бревну.

- **Массаж ступней**. Цилиндры используют для профилактики плоскостопия.
- **Проведение эстафет**. Цилиндры могут выступать в роли ворот или ориентиров.
- **Подвижные игры**. Цилиндры используют для строительства «домиков» и ориентировки в пространстве.

С цилиндрами проводят, например, такие игры: «Снайперы», «Мяч капитану», «Бег черепашек», «Пингвины» и другие.

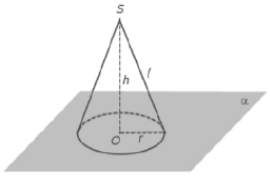
Лекция 15

ТЕМА: «ПОНЯТИЕ КОНУСА. ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА. УСЕЧЕННЫЙ КОНУС»

Содержание Лекции:

1. Построение и определение конуса.
2. Сечения конуса.
3. Усеченный конус.
4. Объем конуса. Площадь боковой поверхности конуса. Площадь полной поверхности конуса.
5. Применение конуса в физической культуре и спорте.

1. Построение и определение конуса.

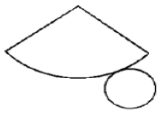


В плоскости α рассмотрим круг с центром в точке O. Из точки O выпустим перпендикуляр и, выбрав на нем произвольную точку S, соединим ее с каждой точкой окружности, ограничивающей круг.

Полученные отрезки l_1, l_2, … l_n называют ***образующими конуса***, а их совокупность – ***конической поверхностью***.

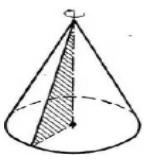
Определения. Фигура, образованная конической поверхностью и кругом центром в точке O называется ***конусом***.

Точку S называется ***вершиной конуса***, прямая SO – его ***осью конуса***, а длина отрезка SO – ***высотой конуса***. Коническая поверхность является ***боковой поверхностью конуса***, круг с центром в точке O – ***основанием конуса***, его радиус – ***радиусом основания конуса***. ***Полная поверхность конуса*** состоит из основания конуса и его боковой поверхности.



Развертка конуса представляет собой круг (основание конуса) и круговой сектор, радиус которого равен образующей конуса $r = l$, а длина дуги равна длине окружности основания конуса $L = 2\pi r$.

Так же как и цилиндр, конус является фигурой вращения и может быть получен



вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов, поэтому длину образующей можно выразить через радиус и высоту конуса по теореме

Пифагора: $l = \sqrt{r^2 + h^2}$. Все образующие конуса имеют одинаковую длину и угол наклона к плоскости основания.

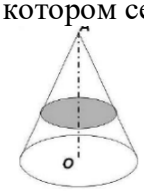
2. Сечения конуса.

Определение. ***Осевым сечением конуса*** называется сечение, при котором секущая плоскость проходит через ось конуса.



В результате сечения получаем равнобедренный треугольник, боковые стороны которого – ***образующие конуса***, а основание – ***диаметр конуса***. Очевидно, что можно построить бесконечно много осевых сечений конуса, каждое из которых перпендикулярно плоскости его основания.

Определение. ***Перпендикулярным сечением конуса*** называется сечение, при котором секущая плоскость проходит перпендикулярно оси конуса.

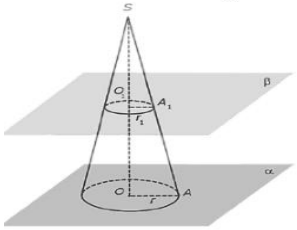


Перпендикулярное сечение конуса представляет собой круг, центр которого лежит на оси конуса, а радиус меньше, чем радиус основания конуса. Очевидно, что можно построить бесконечно много перпендикулярных сечений конуса, каждое из которых параллельно плоскости его основания.

Существуют и другие сечения конусов, вид которых зависит от расположения секущей плоскости относительно оси.

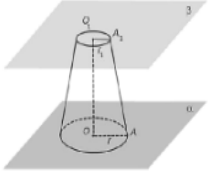
3. Усеченный конус.

Рассмотрим конус с вершиной S, осью SO, радиусом основания r и высотой h. Построим сечение конуса плоскостью β, параллельной плоскости основания конуса и расположенной на расстоянии h_1 от вершины S. В результате сечения получим круг с радиусом r_1 и центром в точке O_1.



Плоскость β разделила конус на две части: конус с осью SO_1 и радиусом основания r_1, и вторую часть, которую называют ***усеченным конусом***.

Усеченный конус ограничен кругами с центром в точке O радиуса r на плоскости α



и центром в точке O_1 радиуса r_1 на плоскости β, которые называют ***основаниями усеченного конуса***, и ***боковой поверхностью усеченного конуса***. Боковой поверхностью усеченного конуса является часть боковой поверхности исходного конуса, заключенная между плоскостями α и β. Два основания и боковая поверхность образует ***полную поверхность усеченного конуса. Образующая усеченного конуса*** представляет собой часть образующей исходного конуса, заключенную между плоскостями α и β. На

рисунке отрезок AA_1 – одна из образующих усеченного конуса. Расстояние между плоскостями оснований усеченного конуса называется ***высотой конуса***.

Высота усеченного конуса, изображенного на рисунке равна $h - h_1$.

Из подобия прямоугольных треугольников SOA и SO_1A_1 можно установить связь между радиусами верхнего и нижнего оснований усеченного конуса и высотами усеченного и исходного конуса: $\frac{h_1}{h} = \frac{r_1}{r} \Rightarrow r_1 = \frac{h_1 \cdot r}{h}$

4. Объем, площади боковой и полной поверхностей конуса и усеченного конуса.

Введем следующие обозначения:

V – объем конуса (объем усеченного конуса)

$S_{бок}$ – площадь боковой поверхности конуса (площадь боковой поверхности усеченного конуса)

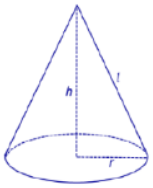
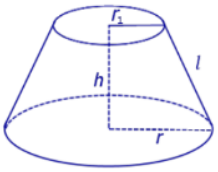
$S_{полн}$ – площадь полной поверхности конуса (площадь полной поверхности усеченного конуса)

$S_{осн}$ – площадь основания конуса

$S_{верх.осн}$ – площадь верхнего основания усеченного конуса

$S_{нижн.осн}$ – площадь нижнего основания усеченного конуса

Тогда справедливы следующие формулы для вычисления объема, площади боковой и полной поверхности конуса, а также формулы для вычисления объема, площади боковой и полной поверхности усеченного конуса.

Рисунок	Фигура	Формулы для объема, площади боковой и полной поверхности
	Конус	$V = \frac{1}{3} S_{осн} h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ $S_{бок} = \pi rl$, $S_{осн} = \pi r^2$, $S_{полн} = \pi r^2 + \pi rl$, где r – радиус основания конуса, l – длина образующей конуса, h – высота конуса.
	Усеченный конус	$S_{нижн.осн} = \pi r^2$, $S_{верх.осн} = \pi r_1^2$, $V = \frac{1}{3}\left(S_{верх.осн} + S_{нижн.осн} + \sqrt{S_{верх.осн} \cdot S_{нижн.осн}}\right) h$ $V = \frac{1}{3} \pi h \left(r^2 + r_1^2 + r_1 r\right)$ $S_{бок} = \Pi (R + R_1) L$, $S_{полн} = S_{нижн.осн} + S_{верх.осн} + S_{бок}$, $S_{полн} = \pi \left(r + r_1\right) l + \pi r^2 + \pi r_1^2$, где h – высота усеченного конуса, r – радиус нижнего основания усеченного конуса, r_1 – радиус верхнего основания усеченного конуса, l – длина образующей усеченного конуса.

***5*. Конусы (тренировочные конусы, спортивные фишки) применяют в разных видах спорта** для выполнения различных упражнений и разметки территорий.



1. **Футбол**

- **Для тренировок на контроль мяча**. Конусы используют, например, для упражнения «Контроль мяча в движении»: создают линию из 5–10 конусов и просят провести мяч зигзагом, касаясь его только внешней или внутренней стороной стопы.

- **Для отработки обводки**. Мяч ведут через конусы, помогая внутренней стороной стопы при прохождении через середину одной фишки, и перемещают мяч через следующий промежуток внешней стороной стопы.
- **Для создания временных барьеров**. Конусы помогают игрокам тренироваться в борьбе с соперниками, контролируя мяч.

Видео с упражнениями, использующими конусы в футболе.

2. **Баскетбол**

- **Для отработки техники ведения мяча**. Конусы используют, чтобы создать препятствия для мяча, и игрок должен вести его, преодолевая конусы.
- **Для обучения передаче мяча**. Конусы помогают отработать передачу, например, в упражнении «Эстафета с конусами»: игроки ведут мяч к конусу, выполняют у него задание и двигаются к следующему конусу.

3. **Другие виды спорта**

- **В лёгкой атлетике** конусы используют для установки препятствий, выполнения беговых упражнений и упражнений на ловкость. Например, бег вокруг конусов, прыжки через них или переплетение между ними.
- **В кроссфите** конусы помогают улучшить ловкость, скорость и выносливость. Тренеры создают упражнения с конусами, включающие спринт, прыжки и быструю смену направления.
- **Для разметки полей** конусы подходят, например, на открытых или небольших полях, где нет стандартных отметок.

Лекция 16

ТЕМА: «ВЕКТОР НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. РАВЕНСТВО ВЕКТОРОВ»

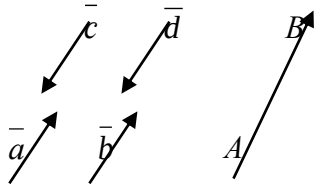
Содержание Лекции

1. Основные понятия.

2. Линейные операции над векторами.

3. Применение векторов в физической культуре и спорте

1. ***Вектором*** называется направленный отрезок. Его обозначают $\bar{a}$ или $\overline{AB}$ (A - начало, B – конец вектора). ***Длиной ненулевого вектора*** $\overline{AB}$ называется длина отрезка AB. Длину вектора обозначают $|\bar{a}|$ или $|\overline{AB}|$.



Единичным вектором называется вектор, длина которого равна единице.

Нулевым вектором называется вектор, начало и конец которого совпадают и обозначатся $\bar{O}$.

Векторы, лежащие на параллельных прямых (или на одной и той же прямой), называются ***коллинеарным***.

Коллинеарные векторы могут иметь одно и то же направление (сонаправленные векторы; $\bar{a}$ и $\bar{b}$; $\bar{c}$ и $\bar{d}$) или противоположные направления ($\bar{a}$ и $\bar{c}$; $\bar{a}$ и $\bar{d}$; $\bar{b}$ и $\bar{c}$; $\bar{b}$ и $\bar{d}$).

Векторы, противоположно направленные и имеющие равные длины, называются ***противоположными*** ($\bar{a}$ и $\bar{c}$; $\bar{a}$ и $\bar{d}$; $\bar{b}$ и $\bar{c}$; $\bar{b}$ и $\bar{d}$).

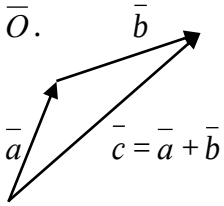
Вектор, противоположный вектору $\bar{a}$, обозначается через $-\bar{a}$.

Векторы, параллельные одной и той же плоскости (или лежащие в одной плоскости), называются ***компланарными.***

2. Линейные операции над векторами

Определение. ***Суммой двух векторов*** $\bar{a}$ ***и*** $\bar{b}$ называется третий вектор $\bar{c}$, начало которого совпадает с началом вектора $\bar{a}$, а конец – с концом вектора $\bar{b}$, при условии, что начало вектора $\bar{b}$ приложено к концу вектора $\bar{a}$.

Сумма противоположных векторов равна нуль-вектору $\bar{a}+(-\bar{a})=\bar{O}$.



Сложение векторов подчиняется следующим законам:

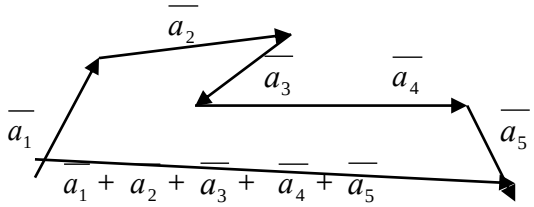
а) переместительному закону

$\bar{a}+\bar{b}=\bar{b}+\bar{a}$

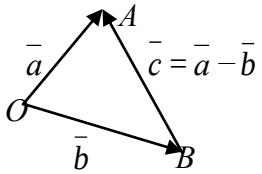
б) сочетательному закону

$\bar{a}+(\bar{b}+\bar{c})=(\bar{a}+\bar{b})+\bar{c}$

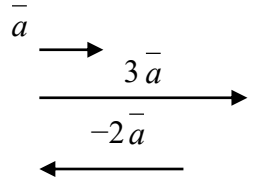
Определение. ***Суммой n векторов*** $\bar{a}_1,\bar{a}_2,\bar{a}_3,...,\bar{a}_n$ называется вектор, начало которого совпадает с началом вектора $\bar{a}_1$, а конец – с концом вектора $\bar{a}_n$, при условии, что точка приложения каждого последующего вектора совпадает с концом предыдущего.



Разностью двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется такой вектор $\bar{c}$, для которого $\bar{c}+\bar{b}=\bar{a}$ (из произвольного начала *O* строят векторы $\overline{OA}=\bar{a}$, $\overline{OB}=\bar{b}$; вектор $\overline{BA}$ есть разность $\bar{a}-\bar{b}$)



Определение. *Произведением* вектора $\bar{a}$ *на число* λ называется новый вектор $\lambda\bar{a}$, длина которого равна $|\lambda|\,|\bar{a}|$, а направление совпадает с направлением вектора $\bar{a}$ при $\lambda > 0$ и противоположно ему при $\lambda < 0$.



3. **С помощью векторов можно изображать различные виды движения**. Например, векторами удобно моделировать движение в одном направлении, в разных направлениях, по кругу или по воде.

Также векторы могут использоваться для **оценки упражнений** во время тренировок. Для этого измеряют действующие силы и перемещения с помощью датчиков, прикреплённых к тренажёрам. На основании полученных данных определяют дополнительные характеристики: периоды времени, скорости движения, ускорения.

Ещё векторы могут применяться для **анализа, профилактики и прогнозирования травм** в спорте. Например, с помощью векторных методов оценивают время восстановления спортсменов после получения травм на основе информации об их состоянии в момент повреждения.

Таким образом, векторы могут использоваться для оптимизации учебного процесса, прогнозирования спортивных результатов и других задач в области физической культуры и спорта.

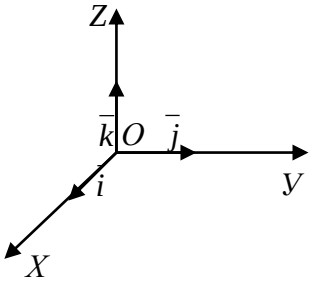
Лекция 17

ТЕМА: «ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА. СВЯЗЬ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ВЕКТОРОВ И КООРДИНАТАМИ ТОЧЕК. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ»

Содержание Лекции

1. ***Система прямоугольных декартовых координат в пространстве. Координаты вектора.***
2. ***Простейшие действия над векторами, заданными своими координатами***
3. ***Применение в физической культуре и спорте прямоугольной системы координат в пространстве.***

Три взаимно перпендикулярные оси в пространстве (координатные оси) с общим началом *O* и одинаковой масштабной единицей образуют декартову прямоугольную систему координат в пространстве. Координатную ***ось Ox*** называют ***осью абсцисс***, ***ось Oy*** – ***осью ординат***, ***ось Oz*** – ***осью аппликат***.



Положение любой точки *M* в пространстве можно определить тремя числами (координатами):

x – абсциссой, ***y – ординатой***, ***z – аппликатой***.

Символически обозначают так: $M(x;\ y;\ z)$.

Координатами вектора $\bar{a}$ относительно прямоугольной системы координат *Oxyz* называются проекции *X, Y, Z* вектора $\bar{a}$ на оси координат. Обозначение:

$$\bar{a} = \{X; Y; Z\} \text{ или } \bar{a}\,\{X; Y; Z\}$$

Вектора $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$, лежащие на осях *Ox, Oy, Oz* (в положительном направлении), равные единице масштаба, называются ***ортами***.

Координаты единичных векторов $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ координатных осей равны:

$$\bar{i} = \{1;\ 0;\ 0\},\ \bar{j} = \{0;\ 1;\ 0\},\ \bar{k} = \{0;\ 0;\ 1\}.$$

Вектор $\bar{a}\,\{X; Y; Z\}$ можно представить в виде

$$\bar{a} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k}$$

Векторы

$$\overline{a_x} = X\bar{i},\quad \overline{a_y} = Y\bar{j},\quad \overline{a_z} = Z\bar{k}$$

называются ***составляющими*** или ***компонентами*** вектора $\bar{a} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k}$.

2. Простейшие действия над векторами, заданными своими координатами

1. Два вектора равны, если равны их координаты.

2. При сложении векторов, заданных в координатной форме, их координаты складываются:

если $\overline{a_1} = \{X_1;\ Y_1;\ Z_1\}$, $\overline{a_2} = \{X_2;\ Y_2;\ Z_2\}$, то

$$\overline{a_1} + \overline{a_2} = \{X_1 + X_2;\ Y_1 + Y_2;\ Z_1 + Z_2\}.$$

3. Координаты разности векторов равны разностям соответствующих координат:

$$\overline{a_1} - \overline{a_2} = \{X_1 - X_2;\ Y_1 - Y_2;\ Z_1 - Z_2\}.$$

4. Координаты произведения вектора $\bar{a}$ на число λ равны произведениям соответствующих координат вектора $\bar{a}$ на λ:

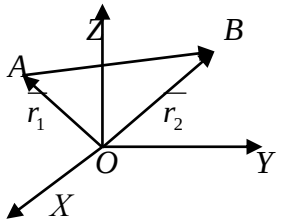
если $\bar{a} = \{X; Y; Z\}$, то

$$\lambda\bar{a} = \{\lambda X;\ \lambda Y;\ \lambda Z\}.$$

5. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов $\overline{a_1} = \{X_1;\ Y_1;\ Z_1\}$ и $\overline{a_2} = \{X_2;\ Y_2;\ Z_2\}$:

$$X_2 = \lambda X_1,\quad Y_2 = \lambda Y_1,\quad Z_2 = \lambda Z_1$$

Радиус-вектором точки A называется вектор $\overline{OA}$, идущий от начала координат к данной точке A (рис. 8.3).



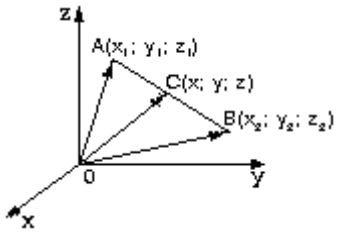
Если даны две точки $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$ и $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$, то длина вектора $\overline{AB} = \{X; Y; Z\} = \{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$ вычисляется по формуле

$$d = \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

или

$$d = \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Координаты середины отрезка.



$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2),\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2),\ z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$$

Таким образом, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

Направляющими косинусами вектора $\overline{AB} = \{X; Y; Z\} = \{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$ называются косинусы углов *α, β, γ*, образованных этим вектором с осями координат *Ox, Oy, Oz:*

$$\cos\alpha = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \quad \text{или} \quad \cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}};$$

$$\cos\beta = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \quad \text{или} \quad \cos\beta = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}};$$

$$\cos\gamma = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \quad \text{или} \quad \cos\gamma = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}.$$

3. Прямоугольная система координат в пространстве (также известна как декартова система координат) применяется в физической культуре и спорте для описания положения объектов и движений.

- **Биомеханический анализ**. Координаты определённых точек (например, центров суставов) регистрируют, чтобы рассчитать перемещение, скорость и ускорение звена, а также изменения межзвенных углов.
- **Оценка устойчивости**. Определение координат общего центра тяжести (ОЦТ) системы «спортсмен-штанга» позволяет оценить углы устойчивости при выполнении силовых упражнений.

- **Разработка критериев технического мастерства**. Анализ координат ОЦТ тела и его траектории при выполнении спортивных движений помогает разработать критерии технического мастерства.

Для определения координат точек на теле спортсмена используются специальные системы «захвата движений» (Motion Capture) с маркёрами, которые регистрируют отражение инфракрасного излучения от маркёров и вычисляют координаты в режиме реального времени.

Лекция 18

ТЕМА: «ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ФОРМУЛА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ. УМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Содержание Лекции

1. ***Элементы теории вероятности.***
2. ***Алгебра событий.***
3. ***Классическое определение вероятности.***
4. ***Относительная частота. Статистическое определение вероятности.***
5. ***Свойства вероятности: вероятность достоверного, невозможного и противоположного событий; формула сложения вероятностей, условная вероятность, умножение вероятностей, вероятность появления хотя бы одного события.***
6. ***Применение теории вероятности в спорте.***

1. Элементы теории вероятности

Теория вероятностей - наука о вычислении вероятностей случайных событий.

Основными объектами изучения теории вероятностей являются:

— *случайное событие* и его *вероятностная характеристика*.

Определения. Опыт, эксперимент, наблюдение явления называются ***испытанием***.

Результат (исход) испытания называется ***событием***. События обозначаются *A, B,C…*

Событие *A* называется ***случайным***, если оно объективно может наступить или не наступить в данном испытании.

Событие называется ***достоверным***, если оно обязательно произойдет.

Событие называется ***невозможным***, если оно никогда не произойдет при данных условиях.

Два события называются ***совместимыми***, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

События называются ***несовместимыми***, если в результате данного испытания они не могут произойти вместе.

Противоположным к_ *A* событием называется событие, состоящее в не появлении события *A* и обозначается $\overline{A}$.

2. Алгебра событий

1) ***Суммой*** событий *A и B* называется событие $C = A + B$, состоящее в наступлении по крайней мере одного из событий *A или B*.

2) ***Произведением*** событий *A и B* называется событие $C = A \cdot B$, состоящее в том, что в результате испытания произошли и событие *A и B*.

3) ***Разностью*** событий *A и B*, называется событие $C = A - B$, состоящее в том, что когда происходит А, - не происходит *B*.

3. Классическое определение вероятности

Определение. Говорят, что совокупность событий образует ***полную группу событий*** для данного испытания, если его результатом обязательно становится хотя бы одно из них. Например, попадание в цель и промах при одном выстреле.

Рассмотрим полную группу попарно несовместимых событий U_1 , U_2,...., $U\boldsymbol{n}$, связанную с некоторым испытанием. Предположим, что в этом испытании осуществление каждого из событий U_1 , U_2,...., $U\boldsymbol{n}$ равновозможно.

Определение. События U_1 , U_2,...., $U\boldsymbol{n}$, образующие полную группу попарно несовместимых и равновозможных событий, будем называть ***элементарными событиями.***

Определение. Событие A называется ***благоприятствующим*** событию B , если наступление события A влечет за собой наступление события B.

Определение. (классическое определение вероятности). ***Вероятностью P (A) события A*** называется отношение числа элементарных исходов, благоприятствующих событию A, к числу всех элементарных исходов: $P(A) = \frac{m}{n}$, $0 \leq m \leq \boldsymbol{n}$;

$\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$

4. Относительная частота. Статистическое определение вероятности.

Классическое определение вероятности неприемлемо, если результаты испытания не равновозможны. В таких случаях используется так называемое статистическое определение вероятности.

Пусть произведено $\boldsymbol{n}$ – испытаний, при этом некоторое событие A наступило m *–раз.*

Определение. Число m называется ***абсолютной частотой*** (или просто *частотой)* события A , а отношение $P^*(A) = \frac{m}{n}$ называется относительной частотой события A.

При проведении серий из $\boldsymbol{n}$ – испытаний, когда число $\boldsymbol{n}$ сравнительно мало, относительная частота $P^*(A)$ принимает значения, которые могут довольно сильно отличаться друг от друга. Но с увеличением $\boldsymbol{n}$ - числа испытаний в сериях - относительная частота приближается к некоторому числу $P(A)$, стабилизируясь возле него и принимает все более устойчивые значения.

Определение. (статистическое определение вероятности). ***Вероятностью события A*** в данном испытании называется число $P(A)$, около которого группируются значения относительной частоты при больших $\boldsymbol{n}$.

Относительная частота события приближенно совпадает с его вероятностью в статистическом смысле, если число испытаний достаточно велико.

5. Свойства вероятности

1) Вероятность достоверного события равна 1.
2) Вероятность невозможного события равна 0.
3) Вероятность события, противоположного событию A, равна: $P(\bar{A}) = 1 - \mathrm{P(A)}$
4) ***Теорема сложения вероятностей несовместимых событий.*** Вероятность суммы двух несовместимых событий A и B равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

5) ***Теорема сложения вероятностей совместимых событий.*** Вероятность суммы двух совместимых событий A и B равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их произведения: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
6) **Определение.** Два события A и B называются ***независимыми***, если вероятность появления каждого из них не зависит от того, появилось другое событие или нет. В противном случае, A и B называются ***зависимыми***.

Определение. Пусть A *и* B - зависимые события. ***Условной вероятностью*** $P_A(B)$ события B называется вероятность события B, найденная в предположении, что событие A уже наступило. Условная вероятность: $P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

Если A *и* B независимые, то $P_A(B) = P(B)$.

Теорема умножения вероятностей двух зависимых событий: Вероятность умножения 2-х зависимых событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(AB) = P(A)\ P_A(B)$$

7) ***Теорема умножения вероятностей независимых событий.*** Вероятность умножения 2-х независимых событий A и B равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A)\ P(B).$$

8) ***Вероятность появления хотя бы одного события.***

Вероятность появления хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)\ldots P(\overline{A}_n)$$

.

5. В спорте теорию вероятности применяют для оценки шансов на исход различных событий с помощью математических расчётов.

Некоторые области применения теории вероятности в спорте:

- **Анализ спортивных событий**. С помощью теории вероятности можно определить вероятность таких показателей, как среднее количество ударов по воротам, суммарное количество угловых ударов за матч, показатель реализации голевых моментов и другие.
- **Выбор тактики игры**. Например, оценка вероятности победы команды в футбольном матче может помочь тренеру принять решение о тактике игры.
- **Выбор состава команды**. Оценка вероятности того, что игрок забьёт гол, может помочь при выборе состава команды.
- **Ставки на спорт**. Теория вероятности помогает сравнивать свои прогнозы с коэффициентами, которые предлагают букмекеры, и решать, выгодна ли ставка.

Лекция 19-20

ТЕМА: «НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ. БИНАРНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ОПЫТ (ИСПЫТАНИЕ), УСПЕХ И НЕУДАЧА. НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ. СЕРИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ ДО ПЕРВОГО УСПЕХА. СЕРИЯ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ БЕРНУЛЛИ»

Содержание Лекции

1. ***Независимые события. Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача.***
2. ***Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха.***
3. ***Серия независимых испытаний Бернулли.***
4. ***Применение схемы Бернулли в спорте.***

1. ***Независимые события*** – такие события, вероятности наступления которых не зависит от появления друг друга.

Бинарный случайный опыт (испытание) — это эксперимент или действие, результат которого можно классифицировать как одно из двух возможных исходов: ***успех*** или ***неудача***. Такие испытания также называют ***испытаниями Бернулли.***

Успех (***p***) — это вероятность наступления события, которое рассматривается как положительный исход. ***Неудача (q)*** — это вероятность противоположного исхода, то есть

не наступления успеха. Сумма вероятностей двух исходов бинарного испытания равна единице: $p + q = 1$, поэтому $q = 1 - p$.

Чтобы в испытании было действительно два возможных события, обычно полагают, что $0 < p < 1$ (и $0 < q < 1$).

2. Независимые испытания — это опыты, в которых результат одного никак не влияет на результаты последующих. Серию таких опытов называют ***повторными независимыми испытаниями***.

Серия испытаний до первого успеха — это опыт, в котором одинаковые испытания проводятся до наступления первого успеха. Как только успех случился, испытания прекращаются.

Пользуясь правилом умножения, можно найти вероятность каждого элементарного события: $P(У) = p$, $P(НУ) = qp$, $P(ННУ) = q^2 p$, $P(НННУ) = q^3 p$ и так далее.

Вероятность элементарного события ННН…Н У, в котором перед успехом случилось ровно k неудач, равна: $P(ННН…Н У) = q^k p$

Некоторые примеры серии испытаний до первого успеха:

- Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл.
- Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не собьёт её.

Случайные опыты, в которых много элементарных событий, часто можно свести к изучению испытаний Якоба Бернулли, который триста лет назад изучал серии подобных опытов и внес неоценимый вклад в развитие теории вероятностей.

Испытанием Бернулли или просто испытанием называют случайный опыт, который может закончиться одним из двух элементарных событий.

3. Серией независимых испытаний Бернулли (схемой повторных независимых испытаний) называют **одинаковые и независимые испытания, проведённые определённое количество раз** (несколько раз). Испытания не зависят друг от друга.

Условия испытаний Бернулли:

1. У каждого испытания должны быть два исхода: успех и неудача.

2. В каждом опыте вероятность события A должна оставаться неизменной.

3. Результаты опытов должны быть независимыми.

Примеры:

- многократное извлечение из урны одного шара при условии, что вынутый шар после регистрации его цвета кладётся обратно в урну;
- повторение одним стрелком выстрелов по одной и той же мишени при условии, что вероятность удачного попадания при каждом выстреле принимается одинаковой.

Формула Бернулли

Вероятность того, что в n – независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p $(0 < p < 1)$, событие наступит ровно m –раз (безразлично, в какой последовательности), равна

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m} = C_n^m p^m q^{n-m},$$

где $q = 1 - p$, C_n^m - число сочетаний из n – элементов по m, $P_n(m)$ - вероятность появления m раз события A при n повторных испытаниях.

Вероятность того, что событие наступит:

а) менее m – раз; б) более m – раз; в) не менее m –раз; г) не более m – раз - находят соответственно по формулам:

а) $P_n(0) + P_n(1) + ... + P_n(m-1)$;

б) $P_n\ (m+1) + P_n(m+2) + \ldots + P_n(n)$
в) $P_n(m) + P_n(m+1) + \ldots + P_n(n)$
г) $P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(m)$.

4. Применение схемы Бернулли в спорте.

Схема Бернулли (схема повторных независимых испытаний) применяется в спорте для анализа задач, в которых один и тот же опыт повторяется неоднократно, а интересует не результат каждого опыта, а общее число появлений события в серии опытов. Например:

- **Повторение одним стрелком выстрелов по одной и той же мишени** при условии, что вероятность удачного попадания при каждом выстреле принимается одинаковой.
- **Серия матчей между двумя командами**, где в каждом матче результат (победа одной или другой команды) — случайная величина с определёнными вероятностями. Схема Бернулли позволяет моделировать серию как последовательность случайных величин, подчиняющихся распределению Бернулли.

Лекция 21

ТЕМА: «ДИСКРЕТНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА. ЗАКОН ЕЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ДИАГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ»

Содержание Лекции

1. ***Дискретная случайная величина.***
2. ***Закон распределения дискретной случайной величины.***
3. ***Диаграмма распределения.***
4. ***Дискретные величины в физической культуре и спорте.***

1. **Определение.** ***Случайной величиной*** называется переменная величина, которая в зависимости от исхода испытания случайно принимает одно значение из множества возможных значений (*X, У, Z* , …..).

Определение. Случайная величина, возможные значения которой образуют или конечное множество, или счетное (бесконечное множество, элементы которого можно пронумеровать) называется ***дискретной***.

Определение. Случайная величина, которая может принимать все значения из некоторого промежутка, называется ***непрерывной случайной величиной.***

2. *Закон распределения дискретной случайной величины* может быть представлен ***рядом распределения***, многоугольником распределения , функцией распределения.

Ряд распределения дискретной случайной величины:

Xi	x_1	x_2	…	x_n
Pi	p_1	p_2	..	p_n

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$$

Непрерывную случайную величину рядом распределения задать нельзя.

Графически распределение дискретной случайной величины X может быть представлено ***многоугольником распределения***. Для этого в системе координат xOy строят точки $(x_i,\ p_i)$ и соединяют их ломаной линией.



Дискретная случайная величина X может быть задана ***функцией распределения F (x)***, называемой также ***интегральной функцией распределения***.

Для дискретной случайной величины, заданной рядом распределения, значения функции распределения находят по формуле: $F(x) = \sum_{Xi<X} P_i,$

где суммирование вероятностей Pi ведут по всем тем значениям i, для которых $Xi< X$. Функция $F(x)$, которая каждому действительному числу x ставит в соответствие вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем x: $F(x) = P(X < x)$ называется *функцией распределения величины X*. $0 \le F(x) \le 1$.

Вероятность того, что случайная величина X примет значение $x \in [\alpha, \beta)$, выражается через функцию распределения формулой

$$P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Производная функции распределения называется *плотностью вероятности величины X*: $f(x) = F'(x)$,

$$f(x) \ge 0; \quad P(\alpha \le x \le \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f_{(x)}\,dx; \quad F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

3. Диаграмма распределения.

Диаграмма распределения в статистике — это графическое представление вероятностного или статистического распределения данных. Она демонстрирует, с какой частотой встречаются различные значения в наборе данных, позволяя быстро оценить их разброс, центральную тенденцию и форму распределения.

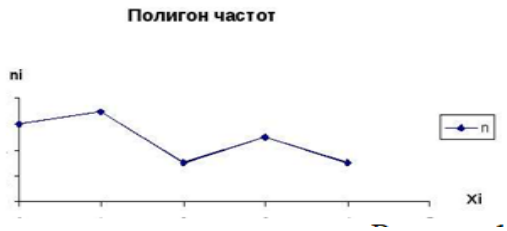
Существует два типа диаграмм распределения: ***полигон распределения*** и ***гистограмма распределения***.

Полигон.

Описание: ломаная линия, соединяющая точки, соответствующие срединным значениям интервалов группировки и частотам этих интервалов. Каждая точка на линии отражает связь между конкретным значением или интервалом данных и частотой, с которой оно встречается.

Построение: полигон строится в прямоугольной системе координат: по оси абсцисс откладывают значение группировочного признака, а по оси ординат — частоты или частости. Точки последовательно соединяются отрезками прямых, и полученная линия представляет собой ломаную линию в виде многоугольника.

Применение: полигон используется для графического изображения дискретных рядов распределения, когда нет необходимости группировать данные в интервалы. Также с его помощью можно на одной диаграмме изобразить несколько рядов распределения, что удобно для их сравнения.



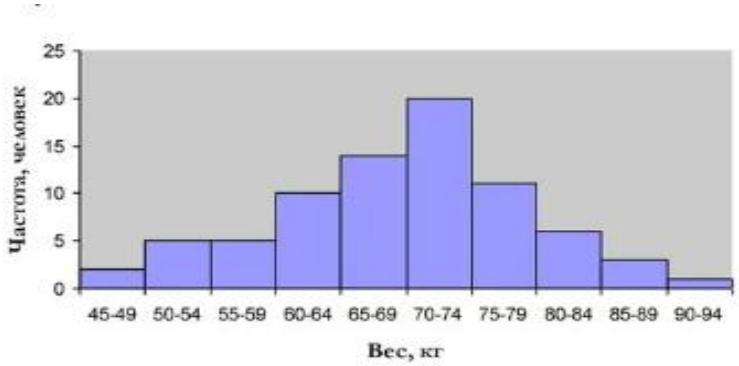
Гистограмма.

Описание: столбчатая диаграмма, высота столбиков которой соответствует частоте или относительной частоте попадания данных в каждый из интервалов.

Построение: по горизонтальной оси откладывают диапазон наблюдаемых значений величины, разбитый на определённое число интервалов, а по вертикальной — вероятность или частоту её попадания в каждый интервал.

Применение: гистограмма позволяет зрительно оценить распределение статистических данных, сгруппированных по частоте попадания в определённый интервал. Также гистограмма помогает:

- **Выявить аномалии** — для обнаружения нетипичных значений (выбросов).
- **Проверить нормальность распределения** — чтобы определить, следуют ли данные нормальному распределению.
- **Сравнить наборы данных** — для сопоставления характеристик разных выборок.



4. ***Дискретные величины*** в физической культуре и спорте — это величины, которые могут принимать только определённые значения.

Некоторые примеры дискретных величин в спорте:

- **Количество повторений**. Например, число подтягиваний на перекладине.
- **Количество очков** в спортивной игре.
- **Количество попыток**.

Измерение дискретных величин происходит с помощью специальных датчиков и измерительных приборов, которые позволяют получить точные данные о физических параметрах спортсмена.

Лекция 22

ТЕМА: «ПОНЯТИЕ О ЗАКОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ»

Содержание Лекции

1. ***Понятие о законе больших чисел.***
2. ***Основные свойства закона больших чисел.***
3. ***Применение закона больших чисел в физической культуре и спорте.***

1. В теории вероятностей **закон больших чисел** — это математический закон, который гласит, что среднее значение результатов, полученных из большого количества независимых случайных выборок, сходится к истинному значению, если оно существует. Более формально закон больших чисел гласит, что при наличии выборки независимых и одинаково распределённых значений среднее значение выборки сходится к истинному среднему значению.

Закон больших чисел важен, потому что он гарантирует стабильные долгосрочные результаты для средних значений некоторых случайных событий. Например, хотя казино может потерять деньги при одном вращении колеса рулетки, его прибыль будет стремиться к предсказуемому проценту при большом количестве вращений. Любая выигрышная серия игрока в конечном итоге будет преодолена параметрами игры. Важно отметить, что закон применим (как следует из названия) только в том случае, если рассматривается *большое количество* наблюдений. Не существует принципа, согласно которому небольшое количество наблюдений будет совпадать с ожидаемым значением или что череда одних значений будет немедленно «сбалансирована» другими (см. ошибку игрока).

Закон больших чисел применим только к *среднему значению* результатов, полученных в ходе повторных испытаний, и утверждает, что это среднее значение приближается к ожидаемому значению; он не утверждает, что *сумма n* результатов приближается к ожидаемому значению, умноженному на *n*, по мере увеличения *n*.

На протяжении всей истории математики многие учёные совершенствовали этот закон. Сегодня закон больших чисел используется во многих областях, включая статистику, теорию вероятностей, экономику и страхование.

2. ***Свойства закона больших чисел.***

- **Сходимость**. Среднее значение выборки стремится к математическому ожиданию.
- **Устойчивость**. При большом количестве испытаний среднее значение будет близко к истинному значению, даже если отдельные испытания имеют случайные отклонения.
- **Не гарантирует конкретный результат в отдельном испытании**. Закон говорит только о тенденции средних значений при большом числе повторений.

Примеры.

1) Например, при одном броске шестигранного игрального кубика выпадает одно из чисел 1, 2, 3, 4, 5 или 6 с одинаковой вероятностью. Следовательно, ожидаемое значение броска равно:

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5$$

Согласно закону больших чисел, если бросить большое количество шестигранных игральных костей, среднее значение их выпавших чисел (иногда называемое средним значением выборки) будет приближаться к 3,5, причём точность будет возрастать по мере увеличения количества бросков.

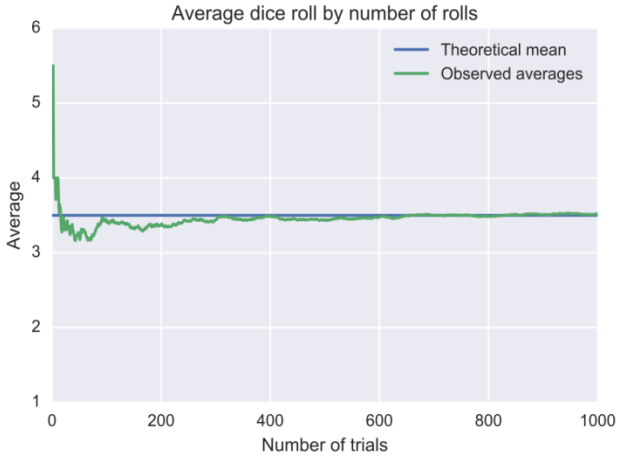
Из закона больших чисел следует, что эмпирическая вероятность успеха в серии испытаний Бернулли будет сходиться к теоретической вероятности. Для случайной величины Бернулли математическое ожидание является теоретической вероятностью успеха, а среднее значение *n* таких величин (при условии, что они независимы и одинаково распределены) в точности равно относительной частоте.

Например, подбрасывание честной монеты — это испытание Бернулли. Когда честную монету подбрасывают один раз, теоретическая вероятность того, что выпадет

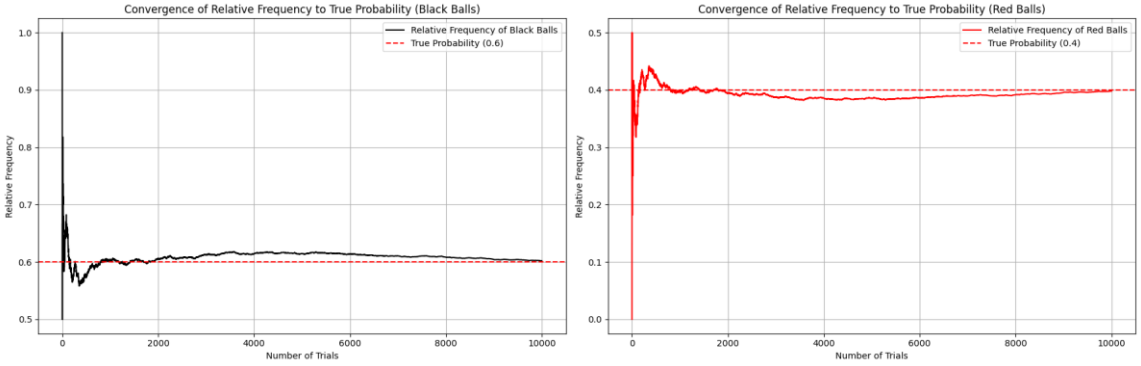
орёл, равна ½. Следовательно, согласно закону больших чисел, доля орлов при «большом» количестве подбрасываний монет «должна быть» примерно такой же. ½. В частности, доля выпавших орлов после *n* подбрасываний почти наверняка стремится к ½ при *n*, стремящемся к бесконечности.

Хотя доля орлов (и решек) приближается ½, почти наверняка абсолютная разница в количестве орлов и решек станет большой, когда количество подбрасываний станет большим. То есть вероятность того, что абсолютная разница будет небольшим числом, приближается к нулю, когда количество подбрасываний становится большим. Кроме того, почти наверняка отношение абсолютной разницы к количеству подбрасываний будет приближаться к нулю. Интуитивно понятно, что ожидаемая разница растёт, но медленнее, чем количество подбрасываний.

Иллюстрация закона больших чисел на примере серии бросков одного игрального кубика. По мере увеличения количества бросков в этой серии среднее значение всех результатов приближается к 3,5. Хотя каждая серия бросков будет иметь свою характерную форму при небольшом количестве бросков (слева), при большом количестве бросков (справа) формы будут очень похожи.



2) Нижеприведенное изображение иллюстрирует сходимость относительных частот к их теоретическим вероятностям.



Вероятность вытащить из мешка красный шар составляет 0,4, а чёрный шар — 0,6. На левом графике показана относительная частота вытаскивания чёрного шара, а на правом — относительная частота вытаскивания красного шара, оба графика построены на основе 10 000 испытаний. По мере увеличения количества испытаний относительные частоты приближаются к соответствующим теоретическим вероятностям, демонстрируя закон больших чисел.

3. **Применение закона больших чисел** в физической культуре и спорте может быть связано с работой с приближёнными случайными данными, с которыми приходится иметь дело в большинстве случаев в этой сфере.

Например, с помощью закона больших чисел можно анализировать случайные процессы, делать надёжные прогнозы и выявлять закономерности даже в условиях значительной неопределённости.